中2数学X 2019年度1学期 本問解答
§9 平方完成と2次方程式

※ 欠席してしまった場合は、問 9.1～問 9.5 を（余裕があれば問 9.6 も）自分で確認し、p.23 の宿題 H9.1～H9.5 に取り組んで提出してください。

問9.1

長方形 ABCD の面積が 6 であることより、

$$AB \times AD = 6 \quad \cdots\cdots ①$$

(1) $AD = AB = x$ のとき、①は

$x \times x = 6 \quad \therefore \boxed{x^2 = 6}$

となる。よって、x は 6 の平方根であり、正の数なので、$\boxed{x = \sqrt{6}}$

(2) $AD = AB + 1 = x + 1$ のとき、①は

$\boxed{x(x+1) = 6}$

となる。この方程式の解として、$\boxed{x = 2}$ が見つかる。

なお、AB の長さが長くなるにつれて、長方形 ABCD の面積も大きくなるので、AB の長さは一つに決まる。したがって、この問題の答は $\boxed{x = 2}$ のみである。

(3) $AD = AB + 2 = x + 2$ のとき、①は

$\boxed{x(x+2) = 6}$

となる。

次の問 9.2 で、このときの $x = AB$ を求める方法を考えよう。

問9.2

(1)

(i) $x^2=4$ より、x は 4 の平方根で、$\boxed{x=2,-2}$ と求まる。

(ii) $(x+1)^2=4$ より、$x+1$ は 4 の平方根で、$x+1=2,-2$

$\therefore \boxed{x=1,-3}$

と求まる。

(iii) $(x+1)^2=5$ より、$x+1$ は 5 の平方根で、$x+1=\sqrt{5},-\sqrt{5}$

$\therefore \boxed{x=-1+\sqrt{5},-1-\sqrt{5}}$

と求まる。

(2) 問 5.1 (3)の方程式

$x(x+2)=6$ ……①

も、(1)で解いたような $(x+\square)^2=\square$ の形に変形してみよう。

$x^2+2x=6$

の左辺の x^2+2x は展開式 $(x+1)^2=x^2+2x+1$ に現れるので、

$x^2+2x+1=7$

$(x+1)^2=7$

と書き直せる。これより、$x+1$ は 7 の平方根なので、

$x+1=\sqrt{7},-\sqrt{7}$

$\therefore x=-1+\sqrt{7},-1-\sqrt{7}$

となり、①の解が求まる。

一方、問題の設定より、$x>0$ なので、$\boxed{x=-1+\sqrt{7}}$ である。

問9.3

(1) $x^2+2x+\boxed{1}=(x+\boxed{1})^2$

(2) $x^2-4x+\boxed{4}=(x+\boxed{-2})^2$

(3) $x^2+6x+\boxed{9}=(x+\boxed{3})^2$

(4) $x^2-x+\boxed{\frac{1}{4}}=(x+\boxed{-\frac{1}{2}})^2$

(5) $x^2+\frac{1}{2}x+\boxed{\frac{1}{16}}=(x+\boxed{\frac{1}{4}})^2$

問9.4

(1) 平方完成

$$x^2-6x+9=(x-3)^2$$

を利用して、

$$x^2-6x-8=0$$
$$x^2-6x+9=17$$
$$(x-3)^2=17$$
$$x-3=\sqrt{17},-\sqrt{17}$$

よって、$\boxed{x=3+\sqrt{17},3-\sqrt{17}}$

(2) 平方完成

$$x^2+8x+16=(x+4)^2$$

を利用して、

$$x^2+8x+8=0$$
$$x^2+8x+16=8$$
$$(x+4)^2=8$$
$$x+4=\sqrt{8},-\sqrt{8}$$
$$=2\sqrt{2},-2\sqrt{2}$$

よって、$\boxed{x=-4+2\sqrt{2},-4-2\sqrt{2}}$

(3) まず両辺を 3 で割って、

$$x^2+\square x+\square=0$$

の形に整理すると、

$$3x^2-6x-12=0$$
$$x^2-2x-4=0$$

平方完成

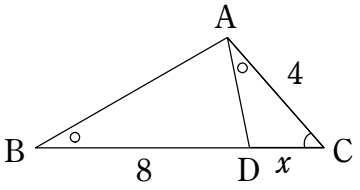
$$x^2-2x+1=(x-1)^2$$

を利用して、

$$x^2-2x+1=5$$
$$(x-1)^2=5$$
$$x-1=\sqrt{5},-\sqrt{5}$$

よって、$\boxed{x=1+\sqrt{5},1-\sqrt{5}}$

問9.5



△ABC と△DAC について、

$\angle ABC = \angle DAC$ (仮定)

$\angle ACB = \angle DCA$ (共通)

だから、二角相等で

$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$

よって、対応辺を考え、

$BC : CA = AC : CD$

$CD = x$ とおくと、

$(8+x) : 4 = 4 : x$

$$\frac{8+x}{4} = \frac{4}{x}$$

$(8+x)x = 4 \times 4$

$\therefore\ x^2 + 8x = 16$

平方完成

$x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$

を利用して、

$x^2 + 8x + 16 = 32$

$(x+4)^2 = 32$

$x + 4 = 4\sqrt{2},\ -4\sqrt{2}$

$\therefore\ x = -4 + 4\sqrt{2},\ -4 - 4\sqrt{2}$

$x = CD > 0$ だから、 $CD = \boxed{-4 + 4\sqrt{2}}$

問9.6

長さ $x, x+1, x+3$ の線分が直角三角形をなすとき、一番長い辺である $x+3$ が斜辺になっているので、ピタゴラスの定理より

$x^2 + (x+1)^2 = (x+3)^2$ ……☆

となる。この方程式を整理すると

$x^2 + x^2 + 2x + 1 = x^2 + 6x + 9$

$x^2 - 4x - 8 = 0$

なので、平方完成 $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$ を利用して、

$x^2 - 4x + 4 = 12$

$(x-2)^2 = 12$

$x - 2 = 2\sqrt{3}, -2\sqrt{3}$

よって、☆の解は $x = 2 + 2\sqrt{3}, 2 - 2\sqrt{3}$ となる。

ここで、 $x, x+1, x+3$ は辺の長さなので $x > 0$ であり、 $\boxed{x = 2 + 2\sqrt{3}}$ となる。