

中2数学X 2019年度1学期 本問解答

§11 因数分解と2次方程式

※ 欠席してしまった場合は、問 11.2～問 11.5 を自分で確認し、
p.34, 35 の宿題 H11.1～H11.5 に取り組んで提出してください。

問11.1

平方完成で解くのはすごく大変である。

左辺を因数分解すると、

$$(x+1)(x+1980)=0$$

と書き換えられる。これが成り立つのは、

$$x+1=0 \quad \text{または} \quad x+1980=0$$

のときであるから、方程式の解は $x=-1, -1980$ である。

問11.2

(1) $(x+1)(x-2)=0$ より、 $x+1=0$ または $x-2=0$ なので、 $x=-1, 2$

(2) $2(x+2)(x-1)=0$ より、 $x+2=0$ または $x-1=0$ なので、 $x=-2, 1$

(3) $(x-4)^2=0$ より、 $x-4=0$ なので、 $x=4$ (重解)

※ x の 2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の左辺を因数分解して $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$ となれば、
 $x=\alpha, \beta$ が解である。 $a(x-\alpha)^2=0$ となった場合は、 α と β が重なったとみて $x=\alpha$
を重解 (重根) という。

(4) $x(x+2)=0$ より、 $x=0$ または $x+2=0$ なので、 $x=0, -2$

(5) $x(x+1)(x+2)(x+3)=0$ より、
 $x=0$ または $x+1=0$ または $x+2=0$ または $x+3=0$ なので、
 $x=0, -1, -2, -3$

(6) $(x+1)^2(x+2)=0$ より、 $x+1=0$ または $x+2=0$ なので、 $x=-1, -2$

※ 重解は 3 次以上の方程式でも考えられる概念で、上記の解のうち -1 の方をやはり
重解 (詳しくは 2 重解) という。

問11.3

(1) $x^2 - 5x + 6 = 0$ より、
 $(x-2)(x-3) = 0$
 $x-2=0$ または $x-3=0$
 $\therefore \boxed{x=2, 3}$

(2) $x^2 + 2x - 8 = 0$ より、
 $(x+4)(x-2) = 0$
 $x+4=0$ または $x-2=0$
 $\therefore \boxed{x=-4, 2}$

(3) $2x^2 + 10x + 12 = 0$ より、
 $2(x^2 + 5x + 6) = 0, \quad 2(x+2)(x+3) = 0$
 $x+2=0$ または $x+3=0$
 $\therefore \boxed{x=-2, -3}$

(4) $x^2 + x - 6 = 0$ より、
 $(x+3)(x-2) = 0, \quad \therefore \boxed{x=-3, 2}$

(5) $-x^2 + x + 6 = 0$ より、
 $x^2 - x - 6 = 0, \quad (x+2)(x-3) = 0, \quad \therefore \boxed{x=-2, 3}$

(6) $x^2 - (\pi+3)x + 3\pi = 0$ より、
 $(x-3)(x-\pi) = 0, \quad \therefore \boxed{x=3, \pi}$

問11.4

$$2x^2 + bx + c = 0 \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{1}$$

- (1) 解が $x=1, 3$ となることから、 $\textcircled{1}$ の左辺は、

$$2x^2 + bx + c = 2(x-1)(x-3)$$

と因数分解できる。この右辺を展開すると、

$$2x^2 + bx + c = 2(x^2 - 4x + 3)$$

$$\therefore 2x^2 + bx + c = 2x^2 - 8x + 6$$

となる。両辺の係数を比較して、 $\boxed{b=-8, c=6}$

- (2) 解が $x=2$ (重解) となることから、 $\textcircled{1}$ の左辺は、

$$2x^2 + bx + c = 2(x-2)^2$$

と因数分解できる。この右辺を展開すると、

$$2x^2 + bx + c = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$\therefore 2x^2 + bx + c = 2x^2 - 8x + 8$$

となる。両辺の係数を比較して、 $\boxed{b=-8, c=8}$

問11.5

(1) $x^2 - px + 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$

が $x=1$ を解にもつとき、残りの解を $x=t$ とすると、 $\textcircled{1}$ の左辺は

$$x^2 - px + 2 = (x-1)(x-t)$$

と因数分解できる。

両辺の定数項を比べると、

$$2 = (-1) \times (-t), \quad \therefore t = 2$$

よって、残りの解は $\boxed{2}$ である。

(2) $x^2 - 3x + p = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$

が $x=1$ を解にもつとき、残りの解を $x=t$ とすると、 $\textcircled{1}$ の左辺は

$$x^2 - 3x + p = (x-1)(x-t)$$

と因数分解できる。

両辺の x の係数を比べると、

$$-3 = -1 - t \quad \therefore t = 2$$

よって、残りの解は $\boxed{2}$ である。

(3) $x^2 - 3x + p = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$

が $x=-1$ を解にもつとき、残りの解を $x=t$ とすると、 $\textcircled{1}$ の左辺は

$$x^2 - 3x + p = (x+1)(x-t)$$

と因数分解できる。

両辺の x の係数を比べると、

$$-3 = 1 - t \quad \therefore t = 4$$

よって、残りの解は $\boxed{4}$ である。

(4) $x^2 + 2x + p = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$

が $x=-1$ を解にもつとき、残りの解を $x=t$ とすると、 $\textcircled{1}$ の左辺は

$$x^2 + 2x + p = (x+1)(x-t)$$

と因数分解できる。

両辺の x の係数を比べると、

$$2 = 1 - t \quad \therefore t = -1$$

よって、残りの解も $\boxed{-1}$ である。

(つまり $x=-1$ は $\textcircled{1}$ の重解である。残りの解は「ない」という答え方もあり得る。)