中2数学X　2019年度1学期　宿題解答
§7　完全平方形

H7.1

(1) $\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2=\left(\sqrt{5}\right)^2+2\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2=5+2\sqrt{10}+2=\boxed{7+2\sqrt{10}}$

(2) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2=\left(\sqrt{5}\right)^2-2\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2=5-2\sqrt{10}+2=\boxed{7-2\sqrt{10}}$

(3) $\left(3\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2=\left(3\sqrt{2}\right)^2+2\times3\sqrt{2}\times\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2=9\times2+6\sqrt{6}+3=\boxed{21+6\sqrt{6}}$

(4) $\left(2-\sqrt{5}\right)^2=2^2-2\times2\times\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2=4-4\sqrt{5}+5=\boxed{9-4\sqrt{5}}$

H7.2

(1)
$$\begin{aligned}(x+4)(x-16)-(x-8)(x+8)&=(x^2-12x-64)-(x^2-64)\\&=x^2-12x-64-x^2+64\\&=\boxed{-12x}\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}2(x+3)(x-4)-(x-7)(x+5)&=2(x^2-x-12)-(x^2-2x-35)\\&=2x^2-2x-24-x^2+2x+35\\&=\boxed{x^2+11}\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}\underbrace{\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)^2}_{\left(\sqrt{7}\right)^2-2\times\sqrt{7}\times\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2}-\underbrace{\left(2\sqrt{5}-\sqrt{11}\right)\left(2\sqrt{5}+\sqrt{11}\right)}_{\left(2\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{11}\right)^2}&=\left(7-2\sqrt{14}+2\right)-(20-11)\\&=9-2\sqrt{14}-9\\&=\boxed{-2\sqrt{14}}\end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned}\left(6-2\sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)-\underbrace{\left(3\sqrt{2}+2\right)^2}_{\left(3\sqrt{2}\right)^2+2\times3\sqrt{2}\times2+2^2}&=\left(18\sqrt{2}+\cancel{6\sqrt{6}}-\cancel{6\sqrt{6}}-2\times3\sqrt{2}\right)-\left(18+12\sqrt{2}+4\right)\\&=\left(18\sqrt{2}-6\sqrt{2}\right)-\left(22+12\sqrt{2}\right)\\&=12\sqrt{2}-22-12\sqrt{2}\\&=\boxed{-22}\end{aligned}$$

H7.3

二重根号が外れて、

$$\sqrt{7-2\sqrt{10}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$$

と表せるとする。左辺は正の数を表しているので、$\sqrt{a}-\sqrt{b}$ も正の数であり、

$a>b$ ……………………………………………☆

であることに注意する。

$$\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2=\left(\sqrt{a}\right)^2-2\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}+\left(\sqrt{b}\right)^2=a+b-2\sqrt{ab}$$

なので、

$$\begin{aligned}\sqrt{7-2\sqrt{10}}&=\sqrt{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}\\&=\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}\end{aligned}$$

$$\therefore 7-2\sqrt{10}=a+b-2\sqrt{ab}$$

が成り立つ。そこで、

掛けて　10　足して　7

となる 2 数a,bを探してみると、5 と 2 が見つかる。よって、☆に注意して、

$$\sqrt{7-2\sqrt{10}}=\sqrt{5}-\sqrt{2}=2.2360-1.4142\cdots=\boxed{0.82}\cdots$$

H7.4

$1<\sqrt{2}<2$ より、$\sqrt{2}$ の整数部分は1であり、ゆえに小数部分a は

$$a=\sqrt{2}-1$$

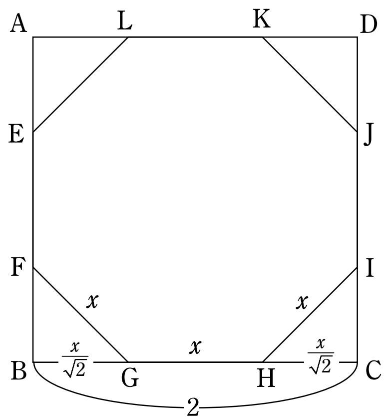
である。これより、

$$\frac{1}{a}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{1\times\left(\sqrt{2}+1\right)}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}=\frac{\sqrt{2}+1}{2-1}=\sqrt{2}+1$$

であるから、

$$\frac{1}{a}-a=\left(\sqrt{2}+1\right)-\left(\sqrt{2}-1\right)=\boxed{2}$$

H7.5



正八角形の 1 辺の長さを x とおくと、
直角二等辺三角形 BFG において、
$\mathrm{FG}:\mathrm{BG}=\sqrt{2}:1$ なので、$\mathrm{BG}=\dfrac{x}{\sqrt{2}}$

同様に、$\mathrm{CH}=\dfrac{x}{\sqrt{2}}$

したがって、

$$\begin{aligned}\mathrm{BC}&=\mathrm{BG}+\mathrm{GH}+\mathrm{HC}\\&=\frac{x}{\sqrt{2}}\times 2+x=\sqrt{2}x+x=\left(\sqrt{2}+1\right)x\end{aligned}$$

正方形 ABCD の 1 辺の長さ BC は 2 だったので、

$$\left(\sqrt{2}+1\right)x=2$$

$$x=\frac{2}{\sqrt{2}+1}=\frac{2\left(\sqrt{2}-1\right)}{\underbrace{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}_{\sqrt{2}^2-1^2=2-1=1}}=2\left(\sqrt{2}-1\right)$$

よって、正八角形の 1 辺の長さは、$\boxed{2\sqrt{2}-2}$