中2数学X 2019年度1学期 宿題解答
§11 因数分解と2次方程式

H11.1

(1) $x^2-7891x+7890=0$

$(x-1)(x-7890)=0$

$x-1=0$ または $x-7890=0$

$\therefore \boxed{x=1,\ 7890}$

(2) $x^2+x-12=0$

$(x+4)(x-3)=0$

$x+4=0$ または $x-3=0$

$\therefore \boxed{x=-4,\ 3}$

(3) $x^2+6x+7=0$

$x^2+6x+9=-7+9$

$(x+3)^2=2$

$x+3=\sqrt{2},-\sqrt{2}$

$\therefore \boxed{x=-3+\sqrt{2},\ -3-\sqrt{2}}$

(4) $5x^2-x=0$

$x(5x-1)=0$

$x=0$ または $5x-1=0$

$\therefore \boxed{x=0,\ \dfrac{1}{5}}$

(5) $x^2-2\sqrt{2}x-1=0$

$x^2-2\sqrt{2}x+2=1+2$

$\left(x-\sqrt{2}\right)^2=3$

$x-\sqrt{2}=\sqrt{3},-\sqrt{3}$

$\therefore \boxed{x=\sqrt{2}+\sqrt{3},\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

(6) $(3x+1)^2-(x-5)^2=0$

左辺は平方差の形で、

$(3x+1)^2-(x-5)^2$

$=\{(3x+1)+(x-5)\}\{(3x+1)-(x-5)\}$

$=(4x-4)(2x+6)$

$=4\times2(x-1)(x+3)$

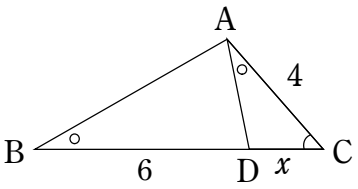
と因数分解できるので、

$8(x-1)(x+3)=0$

$x-1=0$ または $x+3=0$

$\therefore \boxed{x=1,-3}$

H11.2



△ABC と△DAC について、

∠ABC = ∠DAC (仮定)

∠ACB = ∠DCA (共通)

だから、二角相等で

△ABC ∽ △DAC

である。よって、対応辺を考え、

BC : CA = AC : CD

CD = x とおくと、

$(6+x):4=4:x$

$(6+x)x=4\times4$

$6x+x^2=16$

$\therefore\ x^2+6x-16=0\cdots\cdots①$

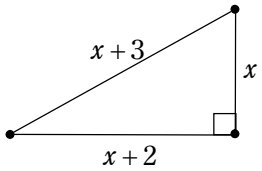
を得る。左辺を因数分解すると、

$(x+8)(x-2)=0$

となるから、①の解は $x=-8, 2$ である。

$x=\mathrm{CD}>0$ だから、 $\mathrm{CD}=\boxed{2}$

H11.3



$x < x+2 < x+3$

より、長さ $x+3$ の辺が最大辺なので、これが斜辺である。

ピタゴラスの定理より、

$x^2 + (x+2)^2 = (x+3)^2$

が成り立つ。これを解くと、

$x^2 + x^2 + 4x + 4 = x^2 + 6x + 9$

$x^2 - 2x = 5$

$x^2 - 2x + 1 = 5 + 1$

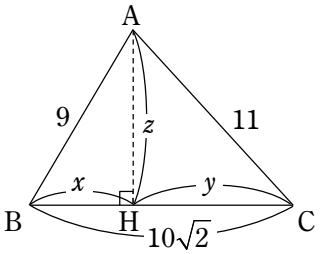
$(x-1)^2 = 6$

$x - 1 = \sqrt{6}, -\sqrt{6}$

$\therefore\ x = 1+\sqrt{6}, 1-\sqrt{6}$

$x > 0$ だから $\boxed{x = 1+\sqrt{6}}$

H11.4



まず、BC を底辺と見たときの高さを求めよう。

$\mathrm{BH} = x, \mathrm{HC} = y, \mathrm{AH} = z$ とする。

$\mathrm{BC} = 10\sqrt{2}$ だから、

$x + y = 10\sqrt{2}$ ……①

△ABH にピタゴラスの定理を用いて、

$x^2 + z^2 = 9^2$ ……②

△ACH にピタゴラスの定理を用いて、

$y^2 + z^2 = 11^2$ ……③

②－③ より、

$x^2 - y^2 = 9^2 - 11^2$

$(x+y)(x-y) = (9+11)(9-11)$

①を代入して、

$10\sqrt{2}(x-y) = 20 \times (-2)$

$x - y = \dfrac{-\overset{4}{\cancel{40}}}{\underset{1}{\cancel{10}}\sqrt{2}} = -\dfrac{4\sqrt{2}}{2}$

$\therefore\ x - y = -2\sqrt{2}$ ……④

①＋④ より、

$2x = 8\sqrt{2},\quad \therefore x = 4\sqrt{2}$

①－④ より、

$2y = 12\sqrt{2},\quad \therefore y = 6\sqrt{2}$

$x = 4\sqrt{2}$ を②に代入して、

$32 + z^2 = 81$

$z^2 = 81 - 32 = 49$

$z > 0$ より、

$\mathrm{AH} = z = 7$

(1) △ABC の面積 S は

$$S=\frac{1}{2}\times \mathrm{BC}\times \mathrm{AH}$$
$$=\frac{1}{2}\times 10\sqrt{2}\times 7=\boxed{35\sqrt{2}}$$

(2) 内心を I とし、求める内接円の半径を r とおくと、

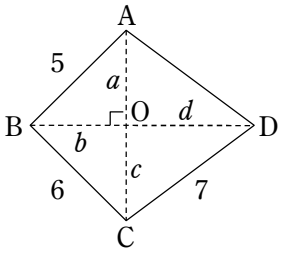
$$S=\triangle \mathrm{IAB}+\triangle \mathrm{IBC}+\triangle \mathrm{ICA}$$
$$=\frac{1}{2}\times(\mathrm{AB}+\mathrm{BC}+\mathrm{CA})\times r$$

なので、

$$35\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times\left(9+10\sqrt{2}+11\right)\times r$$
$$=\frac{1}{\cancel{2}}\times\cancel{10}^{5}\left(2+\sqrt{2}\right)\times r$$

$$\therefore r=\frac{\cancel{35}^{7}\sqrt{2}}{\cancel{5}\left(2+\sqrt{2}\right)}$$
$$=\frac{7\sqrt{2}\times\left(2-\sqrt{2}\right)}{\underbrace{\left(2+\sqrt{2}\right)\times\left(2-\sqrt{2}\right)}_{2^2-\left(\sqrt{2}\right)^2=4-2=2}}$$
$$=\frac{14\sqrt{2}-14}{2}$$
$$=\boxed{7\sqrt{2}-7}$$

H11.5



AC と BD の交点を O とおいて、

$\mathrm{OA}=a,\mathrm{OB}=b,\mathrm{OC}=c,\mathrm{OD}=d$

とする。

△OAB, △OBC, △OCD それぞれに
ピタゴラスの定理を用いて、

$a^2+b^2=5^2$ ……①

$b^2+c^2=6^2$ ……②

$c^2+d^2=7^2$ ……③

求めたい DA の長さについては、△ODA にピタゴラスの定理を用いて、

$\mathrm{DA}^2=a^2+d^2$ ……④

となっている。そこで、a^2+d^2 を計算すると、①−②+③より、

$$a^2+d^2=(a^2+b^2)-(b^2+c^2)+(c^2+d^2)$$
$$=25-36+49$$
$$=38$$

よって、④より

$\mathrm{DA}^2=38$

$\therefore \mathrm{DA}=\boxed{\sqrt{38}}\ (>0)$