

中2数学B 2019年度2学期 宿題解答

§2 グラフで考えよう

H2.1

(1)のみ丁寧に論じ、(2)～(4)は略解とする。

$$\begin{aligned}(1) \quad y &= x^2 + 2x \\ &= (x^2 + 2x + 1) - 1 \\ &= (x+1)^2 - 1\end{aligned}$$

より、この関数のグラフは、頂点が $(-1, -1)$ の下に凸な放物線である。

よって、 x が $-2 \leq x \leq 2$ を変化するときの

$$\text{最小値は } \boxed{y = -1 \quad (x = -1)}$$

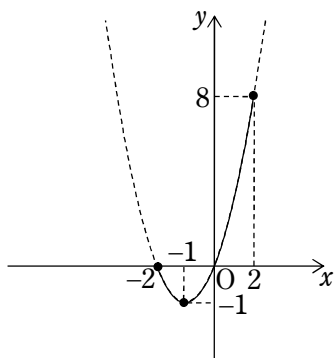
である。また、 $x=2$ の方が $x=-2$ よりも $x=-1$ から離れているので、 $x=2$ で最大になると分かる。 $x=2$ のとき、

$$y = 2^2 + 2 \times 2 = 8$$

だから、

$$\text{最大値は } \boxed{y = 8 \quad (x = 2)}$$

である。

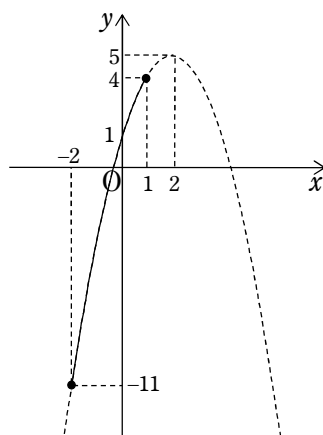


$$\begin{aligned}(2) \quad y &= -x^2 + 4x + 1 \\ &= -(x^2 - 4x - 1) \\ &= -(x^2 - 4x + 4 - 5) \\ &= -(x-2)^2 + 5\end{aligned}$$

より、 $-2 \leq x \leq 1$ におけるこの関数のグラフは次の図のよう。よって、

$$\text{最大値は } \boxed{y = 4 \quad (x = 1)}$$

$$\text{最小値は } \boxed{y = -11 \quad (x = -2)}$$

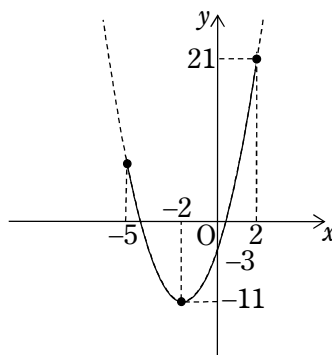


$$\begin{aligned}(3) \quad y &= 2x^2 + 8x - 3 \\ &= 2\left(x^2 + 4x - \frac{3}{2}\right) \\ &= 2\left(x^2 + 4x + 4 - \frac{11}{2}\right) \\ &= 2(x+2)^2 - 11\end{aligned}$$

より、 $-5 \leq x \leq 2$ におけるこの関数のグラフは下図のよう。よって、

$$\text{最大値は } \boxed{y = 21 \quad (x = 2)}$$

$$\text{最小値は } \boxed{y = -11 \quad (x = -2)}$$

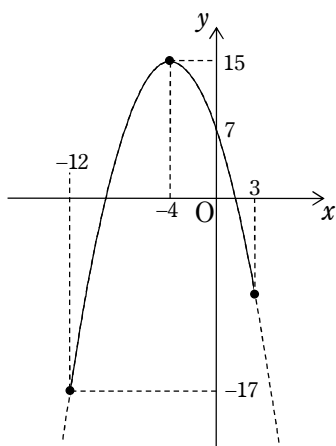


$$\begin{aligned}
 (4) \quad y &= -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 7 \\
 &= -\frac{1}{2}(x^2 + 8x - 14) \\
 &= -\frac{1}{2}(x^2 + 8x + 16 - 30) \\
 &= -\frac{1}{2}(x + 4)^2 + 15
 \end{aligned}$$

より、 $-12 \leq x \leq 3$ におけるこの関数のグラフは次の図のよう。よって、

最大値は $y = 15 \quad (x = -4)$

最小値は $y = -17 \quad (x = -12)$



H2.2

(1) $x^2 - 3x - 1 < 0 \quad \dots\dots ①$

の解は、 $y = x^2 - 3x - 1$ のグラフで y 座標が負となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めると、

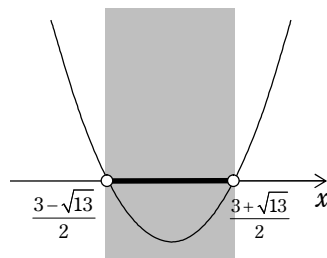
$$x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 1 + \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}$$

$$x - \frac{3}{2} = \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$



よって、図より、①の解は

$$\frac{3 - \sqrt{13}}{2} < x < \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$$

(2) $2x^2 - 8x + 9 > 0 \quad \dots\dots ①$

の解は、 $y = 2x^2 - 8x + 9$ のグラフで y 座標が正となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めようとする、

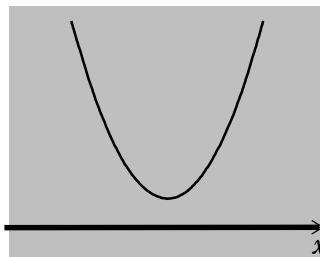
$$2x^2 - 8x + 9 = 0$$

$$x^2 - 4x + \frac{9}{2} = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = -\frac{9}{2} + 4$$

$$(x - 2)^2 = -\frac{1}{2}$$

となり、これを満たす実数は存在しないので、グラフは x 軸と共有点を持たないことが分かる。



よって、図より、①の解は 全実数

(3) $-x^2 + x + 3 \leq 0$ ……①

の解は、 $y = -x^2 + x + 3$ のグラフで y 座標が 0 以下となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めると、

$$-x^2 + x + 3 = 0$$

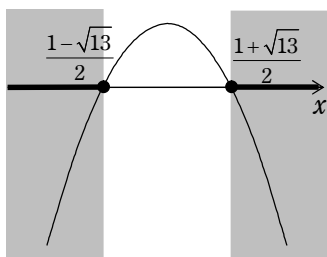
$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}$$

$$x - \frac{1}{2} = \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$



よって、図より、①の解は

$$x \leq \frac{1 - \sqrt{13}}{2}, \quad \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \leq x$$

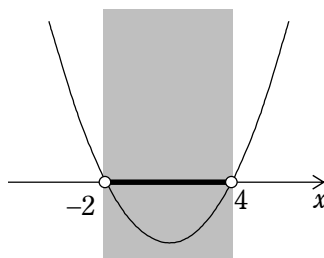
(4) $x^2 - 2x - 8 < 0$ ……①

の解は、 $y = x^2 - 2x - 8$ のグラフで y 座標が負となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めると、

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x + 2)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = -2, 4$$



よって、図より、①の解は

$$-2 < x < 4$$

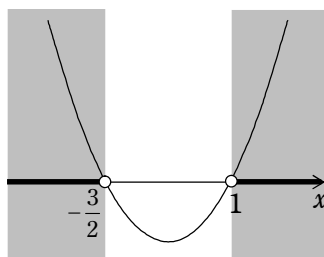
(5) $0 < 2x^2 + x - 3$ ……①

の解は、 $y = 2x^2 + x - 3$ のグラフで y 座標が正となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めると、

$$2x^2 + x - 3 = 0$$

$$(2x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}, 1$$



よって、図より、①の解は

$$x < -\frac{3}{2}, \quad 1 < x$$

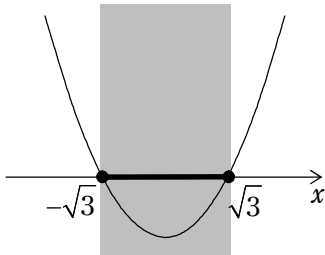
(6) $3x^2 - 9 \leq 0$ ①

の解は、 $y = 3x^2 - 9$ のグラフで y 座標が 0 以下となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めると、

$$3x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 3$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{3}$$

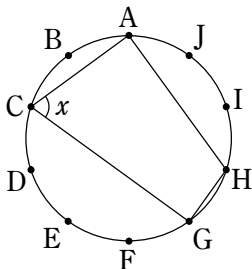


よって、図より、①の解は

$$\boxed{-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}}$$

H2.3

(1)



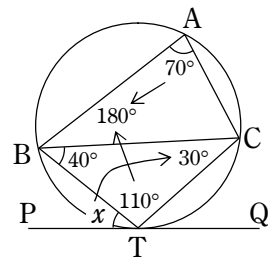
$\widehat{AIG}$ は全円の $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ 倍であるから、その中

心角は、全円が定める中心角 360° の $\frac{2}{5}$ 倍で

ある。 x は、 $\widehat{AIG}$ に対する円周角だから、さらにその $\frac{1}{2}$ 倍で、

$$x = 360^\circ \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \boxed{72^\circ}$$

(2)



ABTC は円に内接するので、内接四角形の定理より、

$$\angle BTC = 180^\circ - \angle BAC$$

$$= 180^\circ - 70^\circ$$

$$= 110^\circ$$

$\triangle BCT$ の内角の和より、

$$\angle BCT = 180^\circ - \angle CBT - \angle BTC$$

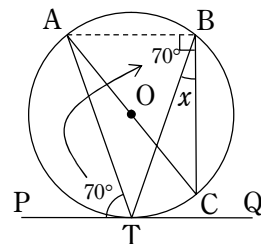
$$= 180^\circ - 40^\circ - 110^\circ$$

$$= 30^\circ$$

PQ は T で円に接するので、接弦定理より、

$$x = \angle BCT = \boxed{30^\circ}$$

(3)



PQ は T で円に接するので、接弦定理より、

$$\angle ABT = \angle ATP = 70^\circ$$

直径の円周角より、

$$\angle ABC = 90^\circ$$

よって、

$$x = \angle ABC - \angle ABT$$

$$= 90^\circ - 70^\circ$$

$$= \boxed{20^\circ}$$