中2数学B 2019年度2学期 宿題解答
§3 2次関数の最大・最小

H3.1

(1) $y = 2x^2 + 12x + 23$

$= 2\left(x^2 + 6x + \dfrac{23}{2}\right)$

$= 2\left\{(x+3)^2 - 9 + \dfrac{23}{2}\right\}$

$= 2\left\{(x+3)^2 + \dfrac{5}{2}\right\}$

$= 2(x+3)^2 + 5$

より、この関数のグラフは、頂点が $(-3, 5)$ の下に凸な放物線である。

よって、x が $-12 \leqq x \leqq 7$ を変化するときの

最小値は $\boxed{y = 5 \quad (x = -3)}$

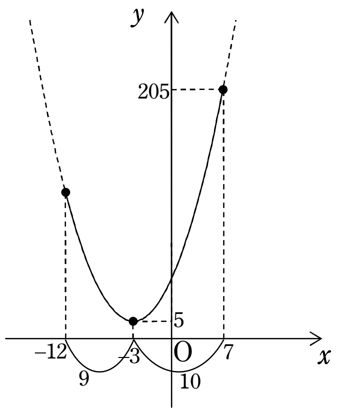
である。また、$x = 7$ の方が $x = -12$ よりも $x = -3$ から離れているので、$x = 7$ で最大になると分かる。$x = 7$ のとき、

$y = 2 \times 10^2 + 5 = 205$

だから、

最大値は $\boxed{y = 205 \quad (x = 7)}$

である。



(2) $y = -3x^2 + x + 1$

$= -3\left(x^2 - \dfrac{1}{3}x - \dfrac{1}{3}\right)$

$= -3\left\{\left(x - \dfrac{1}{6}\right)^2 - \dfrac{1}{36} - \dfrac{1}{3}\right\}$

$= -3\left\{\left(x - \dfrac{1}{6}\right)^2 - \dfrac{13}{36}\right\}$

$= -3\left(x - \dfrac{1}{6}\right)^2 + \dfrac{13}{12}$

より、この関数のグラフは、頂点が $\left(\dfrac{1}{6}, \dfrac{13}{12}\right)$ の上に凸な放物線である。

よって、x が $-2 \leqq x \leqq 3$ を変化するときの

最大値は $\boxed{y = \dfrac{13}{12} \quad \left(x = \dfrac{1}{6}\right)}$

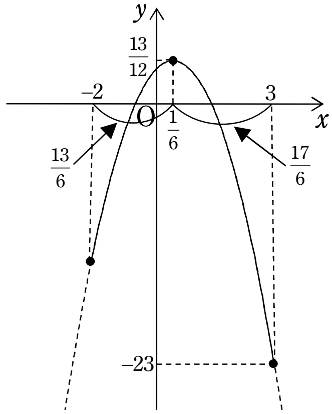
である。また、$x = 3$ の方が $x = -2$ よりも $x = \dfrac{1}{6}$ から離れているので、$x = 3$ で最小になると分かる。$x = 3$ のとき、

$y = -3 \times 3^2 + 3 + 1 = -23$

だから、

最小値は $\boxed{y = -23 \quad (x = 3)}$

である。



H3.2

$y=ax^2+bx$ のグラフ（放物線）を C ,
$y=ax+b$ のグラフ（直線）を l とする。

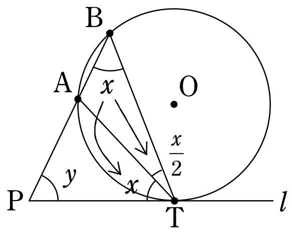
$y=ax^2+bx$ について、$x=0$ のとき $y=0$ となるから、C は原点を通る。ゆえに、図(B)はあり得ない。
C が下に凸であるとすると、$a>0$ であり、l の傾きは正となる。ゆえに、図(A)はあり得ない。
上記 2 点から C は上に凸であり、したがって $a<0$ である。すると、l の傾きは負となる。ゆえに、図(C)はあり得ない。
以上から、$a<0$ であり、図(D)以外はあり得ないと分かった。
図(D)では l の y 切片が正なので $b>0$ ということになる。

$$y=ax^2+bx=ax\left(x+\frac{b}{a}\right)$$

$$y=ax+b=a\left(x+\frac{b}{a}\right)$$

より、C の 0 でない x 切片と l の x 切片はともに $-\frac{b}{a}$ で一致する。また、これは $a<0$, $b>0$ より正であり、図(D)と a,b の符号には矛盾がない。
以上より、あり得る図は $\boxed{\text{(D)}}$ である。

H3.3



$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}:\overset{\frown}{\mathrm{AT}}=1:2$ なので、円周角の定理より、

$\angle\mathrm{ATB}:\angle\mathrm{ABT}=\overset{\frown}{\mathrm{AB}}:\overset{\frown}{\mathrm{AT}}=1:2$
（弧長と円周角は比例）

$\therefore \angle\mathrm{ATB}=\frac{1}{2}\angle\mathrm{ABT}=\frac{1}{2}x$

PT は T における円の接線なので、接弦定理より、

$\angle\mathrm{ATP}=\angle\mathrm{ABT}=x$

$\triangle$PBT の内角の和に注目して、

$$y+x+\left(x+\frac{1}{2}x\right)=180^\circ$$

$$\therefore \boxed{y=180^\circ-\frac{5}{2}x}$$