

中2数学B 2019年度2学期 宿題解答

§5 放物線と接線

H5.1

- (1) 求める接線の式を $y = px + q$ とおくと、
放物線との共有点の x 座標の方程式

$$x^2 - x + 2 - (px + q) = 0$$

が $x = -3$ を重解にもつ。よって、この左辺は

$$x^2 - x + 2 - (px + q) = (x + 3)^2$$

と因数分解される。これを整理すると、

$$x^2 + (-p - 1)x + (-q + 2)$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

となるから、両辺の係数を比較して、

$$\begin{cases} -p - 1 = 6 \\ -q + 2 = 9 \end{cases} \therefore \begin{cases} p = -7 \\ q = -7 \end{cases}$$

したがって、求める接線の式は、

$$\boxed{y = -7x - 7}$$

- (2) 求める接線の式を $y = px + q$ とおくと、
放物線との共有点の x 座標の方程式

$$2x^2 - 3x + 7 - (px + q) = 0$$

が $x = 1$ を重解にもつ。よって、この左辺は

$$2x^2 - 3x + 7 - (px + q) = 2(x - 1)^2$$

と因数分解される。これを整理すると、

$$2x^2 + (-p - 3)x + (-q + 7)$$

$$= 2x^2 - 4x + 2$$

となるから、両辺の係数を比較して、

$$\begin{cases} -p - 3 = -4 \\ -q + 7 = 2 \end{cases} \therefore \begin{cases} p = 1 \\ q = 5 \end{cases}$$

したがって、求める接線の式は、

$$\boxed{y = x + 5}$$

H5.2

放物線 $y = x^2 - 2x$ と直線 $y = kx - 4$ の接点の
 x 座標を t とすると、 x の方程式

$$x^2 - 2x - (kx - 4) = 0$$

が $x = t$ を重解にもつから、この左辺は

$$x^2 - 2x - (kx - 4) = (x - t)^2$$

と因数分解される。これを整理すると、

$$x^2 + (-k - 2)x + 4 = x^2 - 2tx + t^2$$

となるから、両辺の係数を比較して、

$$\begin{cases} -k - 2 = -2t \dots\dots ① \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 = t^2 \dots\dots ② \end{cases}$$

②より、 $t = \pm 2$

①に代入して、

$$t = 2 \text{ のとき } -k - 2 = -4, \therefore k = 2$$

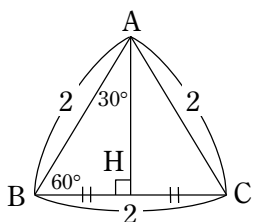
$$t = -2 \text{ のとき } -k - 2 = 4, \therefore k = -6$$

したがって、求める k の値は

$$\boxed{k = 2, -6}$$

H5.3

△ABC の頂点 A から辺 BC に下した垂線の足を H とする。AB = AC より、A から BC への垂線と中線は一致するので、H は辺 BC の中点でもあり、BH = CH = 1 である。



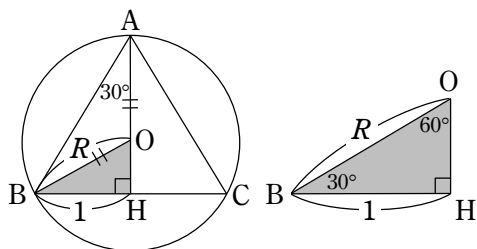
- (1) △ABH は $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の三角定規の形で、

$$AH = \sqrt{3} BH = \sqrt{3}$$

したがって、

$$S = \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \boxed{\sqrt{3}}$$

- (2)



外接円の中心 O は、辺 BC の垂直二等分線 AH 上の点であり、 $OA = OB$ を満たすので、

$$\angle BOH = \angle OBA + \angle OAB$$

(△OAB に外角定理)

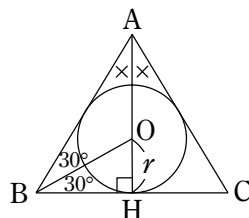
$$= 2 \times \angle OAB$$

$$= 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

したがって、△BOH は $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の三角定規の形で、

$$R = OB = \frac{2}{\sqrt{3}} BH = \frac{2}{\sqrt{3}} = \boxed{\frac{2\sqrt{3}}{3}}$$

- (3) (2) の O に対して、 $\angle OBA = \angle OBC = 30^\circ$ なので、直線 BO は ∠B の二等分線になっている。また、 $AB = AC$ より、A から BC への垂線 AH は ∠A の二等分線と一致する。よって、内接円の中心は、直線 AH と直線 BO の交点 O であり、内接円の半径は OH である。



したがって、

$$r = OH = \frac{1}{\sqrt{3}} BH = \frac{1}{\sqrt{3}} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

- ※ △ABC の面積を利用して内接円の半径を求めることもできる。