

中2数学B 2019年度2学期 宿題解答

§6 垂直条件

H6.1

$$(1) \quad y = -2x^2 - 8x + 1 \quad \dots\dots ①$$

$$= -2(x^2 + 4x) + 1$$

$$= -2\{(x^2 + 4x + 4) - 4\} + 1$$

$$= -2(x+2)^2 + 9 \quad \dots\dots ②$$

より、グラフの頂点は $(-2, 9)$ である。

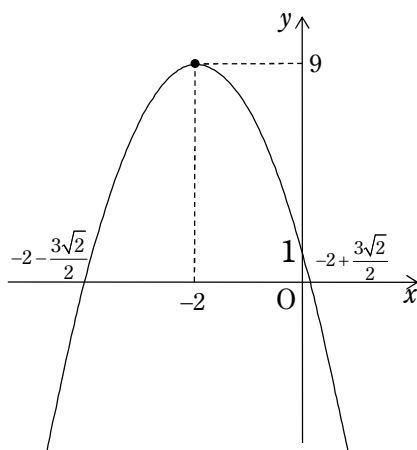
①より y 切片は1で、②より x 切片を求めると、

$$0 = -2(x+2)^2 + 9$$

$$(x+2)^2 = \frac{9}{2}$$

$$x+2 = \pm \frac{3}{\sqrt{2}} = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore x = -2 \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



最大値は 9

$$(2) \quad y = x(10-x) \quad \dots\dots ①$$

$$= -x(x-10)$$

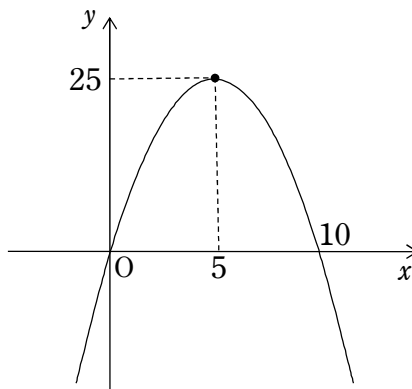
のグラフは x 切片が $0, 10$ の上に凸な放物線である。

頂点の x 座標は $\frac{0+10}{2} = 5$ で、これを①に

代入して頂点の y 座標は

$$5 \times (10 - 5) = 25$$

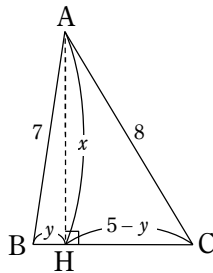
また、グラフは原点を通るので、 y 切片は 0 である。



最大値は 25

H6.2

- (1) $AH = x$, $BH = y$ とおくと、
 $CH = BC - BH = 5 - y$
 である。



$\triangle ABH$ にピタゴラスの定理を用いて、

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$\therefore 7^2 = x^2 + y^2 \dots\dots\dots ①$$

$\triangle ACH$ にピタゴラスの定理を用いて、

$$AC^2 = AH^2 + CH^2$$

$$\therefore 8^2 = x^2 + (5 - y)^2 \dots\dots\dots ②$$

① - ② より、

$$49 - 64 = y^2 - (5 - y)^2 \dots\dots\dots ③$$

③を解くと、

$$-15 = y^2 - (25 - 10y + y^2)$$

$$-15 = y^2 - 25 + 10y - y^2$$

$$10 = 10y$$

$$y = 1$$

なので、①より

$$x^2 = 49 - 1^2 = 48$$

$$\therefore x = 4\sqrt{3} (> 0)$$

よって、

$$AH = \boxed{4\sqrt{3}}, BH = \boxed{1}, CH = 5 - 1 = \boxed{4}$$

- (2) $\triangle ACH$ は

$$\angle AHC = 90^\circ$$

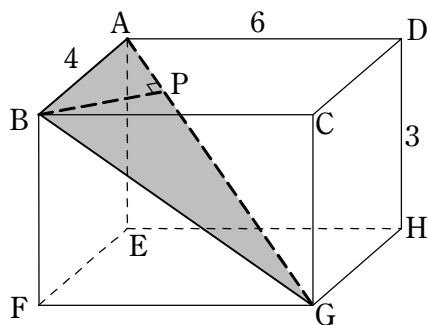
$$AC : CH = 8 : 4 = 2 : 1$$

より、 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の三角定規の形であると分かる。よって、

$$\angle ACB = \angle ACH = \boxed{60^\circ}$$

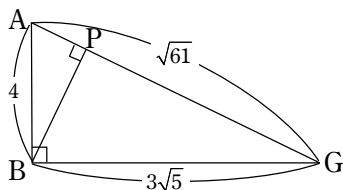
H6.3

(1)



ABCD は長方形なので $AB \perp BC \cdots ①$
 ABFE は長方形なので $AB \perp BF \cdots ②$
 BC, BF は平行でないから、①, ②より、
 $AB \perp \text{面} BCGF \therefore AB \perp BG$

と分かる。直角三角形 ABG に注目すると、 $\triangle ABG$ と $\triangle APB$ において
 $\angle ABG = \angle APB (= 90^\circ)$
 $\angle BAG = \angle PAB$ (共通)
 $\therefore \triangle ABG \sim \triangle APB$ (二角相等)



対応辺の比は等しいので、

$$AG : GB = AB : BP \cdots \cdots \cdots ③$$

GB は長方形 BFGC の対角線なので、ピタゴラスの定理より、

$$GB^2 = BF^2 + FG^2 = 3^2 + 6^2 = 45$$

$\triangle ABG$ にピタゴラスの定理を用いて、

$$AG^2 = AB^2 + BG^2 = 4^2 + 45 = 61$$

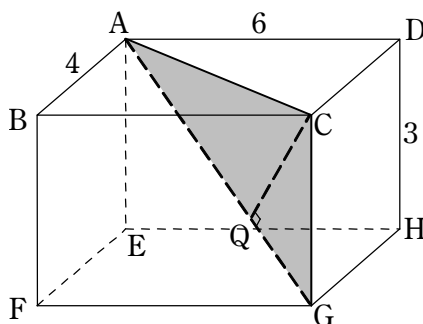
$$\therefore AG = \sqrt{61} (> 0)$$

したがって、③より、

$$\sqrt{61} : 3\sqrt{5} = 4 : BP$$

$$\therefore BP = \frac{3\sqrt{5} \times 4}{\sqrt{61}} = \frac{12\sqrt{5}}{\sqrt{61}} = \boxed{\frac{12\sqrt{305}}{61}} \cdots \cdots ④$$

(2)



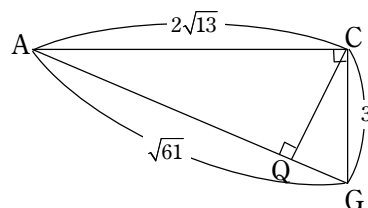
まず、CQ を求めよう。

(1)と同様に $CG \perp CB$, $CG \perp CD$ より、
 $CG \perp \text{面} ABCD \therefore AC \perp CG$

である。CQ は C から AG へ下ろした垂線だから、やはり(1)と同様に、

$\triangle ACG \sim \triangle CQG$ (二角相等)

$$\therefore AG : AC = CG : CQ \cdots \cdots \cdots ⑤$$



AC は長方形 ABCD の対角線なので、ピタゴラスの定理より、

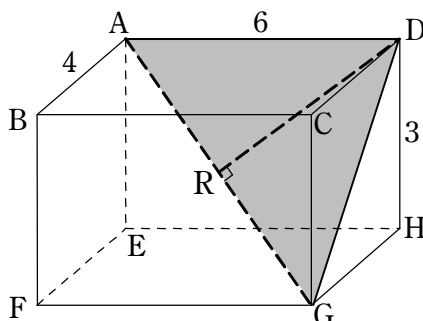
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 6^2 = 52$$

$$\therefore AC = 2\sqrt{13} (> 0)$$

したがって、⑤より、

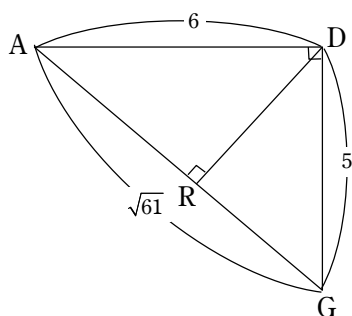
$$\sqrt{61} : 2\sqrt{13} = 3 : CQ$$

$$\therefore CQ = \frac{2\sqrt{13} \times 3}{\sqrt{61}} = \frac{6\sqrt{13}}{\sqrt{61}} \cdots \cdots \cdots ⑥$$



次に、DR を求めよう。

(1)と同様に $AD \perp DC$, $AD \perp DH$ より、
 $AD \perp \text{面} CDHG \quad \therefore AD \perp DG$
 である。



DR は D から AG へ下ろした垂線だから、
 やはり(1)と同様に、

$\triangle ADG \sim \triangle DRG$ (二角相等)

より、

$$AG : AD = DG : DR$$

$$\sqrt{61} : 6 = 5 : DR$$

$$\therefore DR = \frac{6 \times 5}{\sqrt{61}} = \frac{30}{\sqrt{61}} \dots\dots\dots ⑦$$

以上、④, ⑥, ⑦より、

$$BP : CQ : DR = \frac{6 \times 2\sqrt{5}}{\sqrt{61}} : \frac{6 \times \sqrt{13}}{\sqrt{61}} : \frac{6 \times 5}{\sqrt{61}}$$

$$= 2\sqrt{5} : \sqrt{13} : 5$$

$$= \sqrt{20} : \sqrt{13} : \sqrt{25}$$

$$\therefore \boxed{DR > BP > CQ}$$