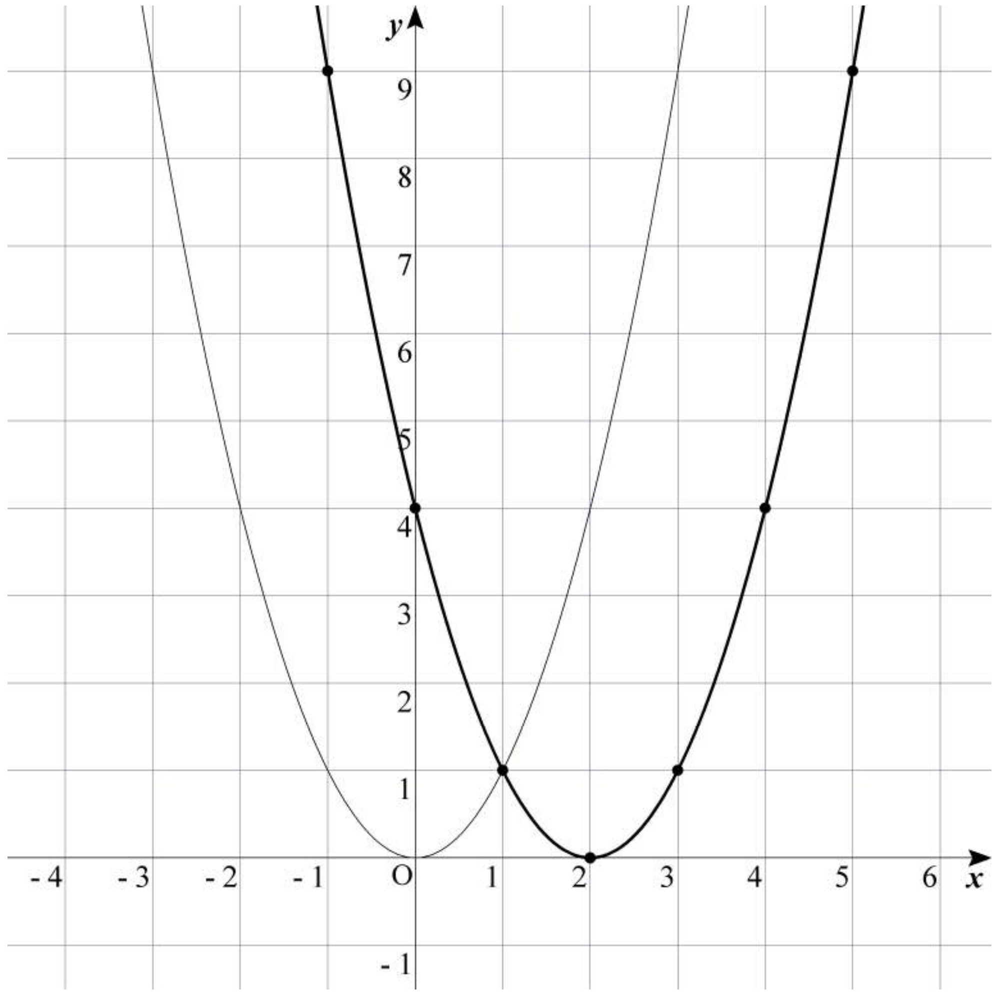
中2数学C 2019年度2学期 本問解答
§1 平方完成と2次関数のグラフ

※ 欠席してしまった場合は、問 1.1～問 1.4 を（余裕があれば問 1.5 も）自分で確認し、p.11 の宿題 H1.1～H1.3 に取り組んで提出してください。

問1.1

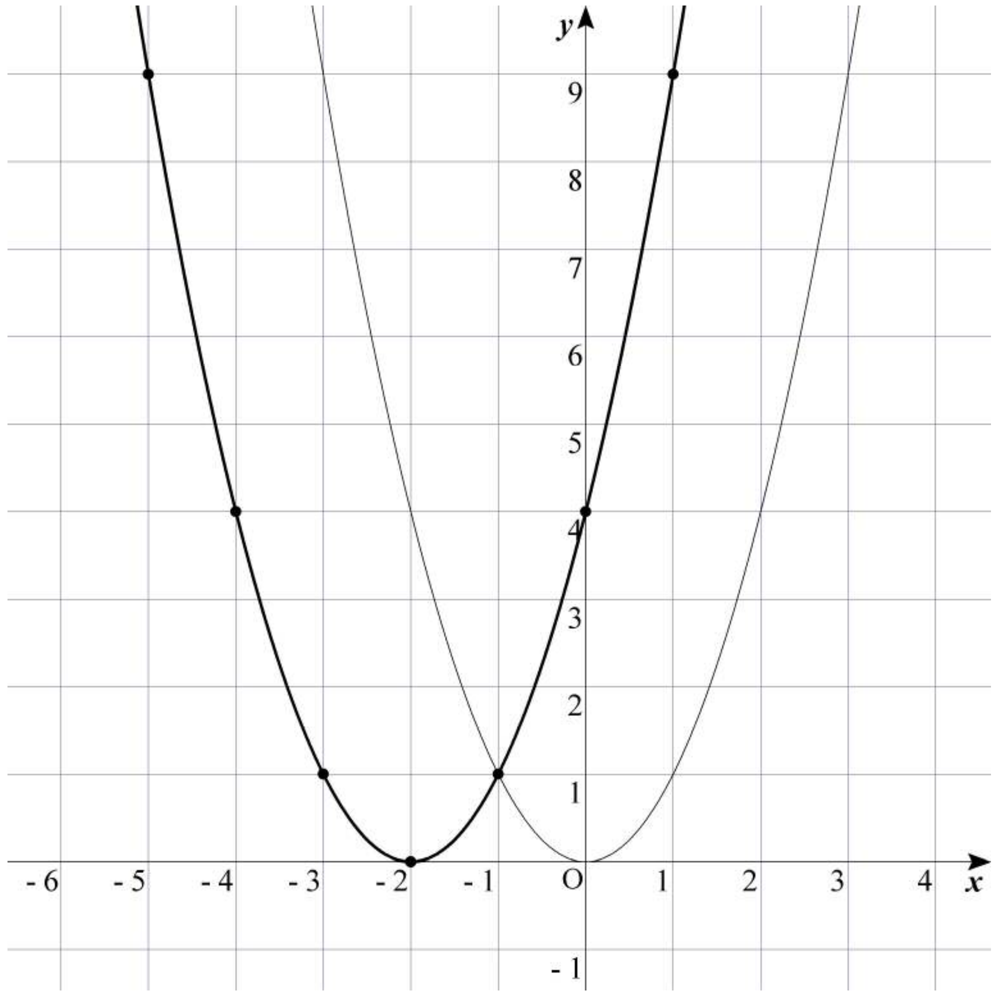
(1)

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
x^2	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25
$(x-2)^2$	49	36	25	16	9	4	1	0	1	4	9

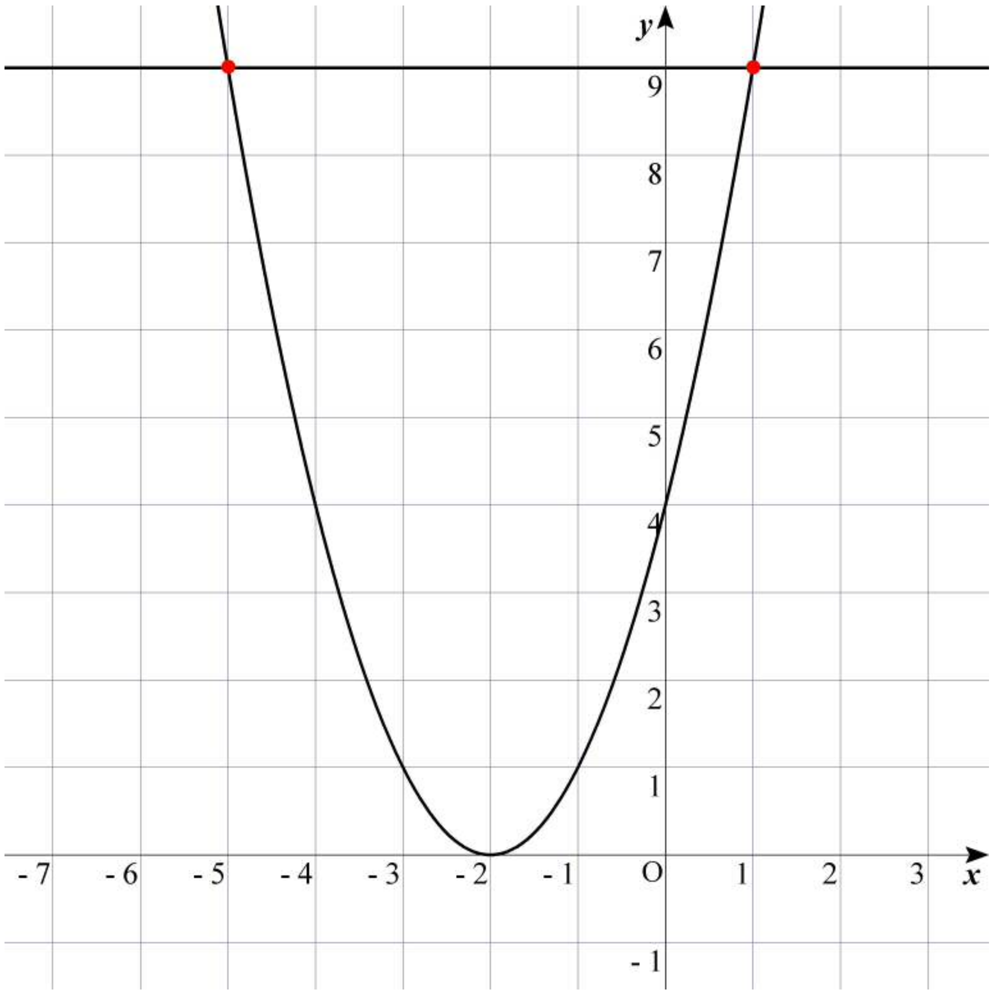


(2)

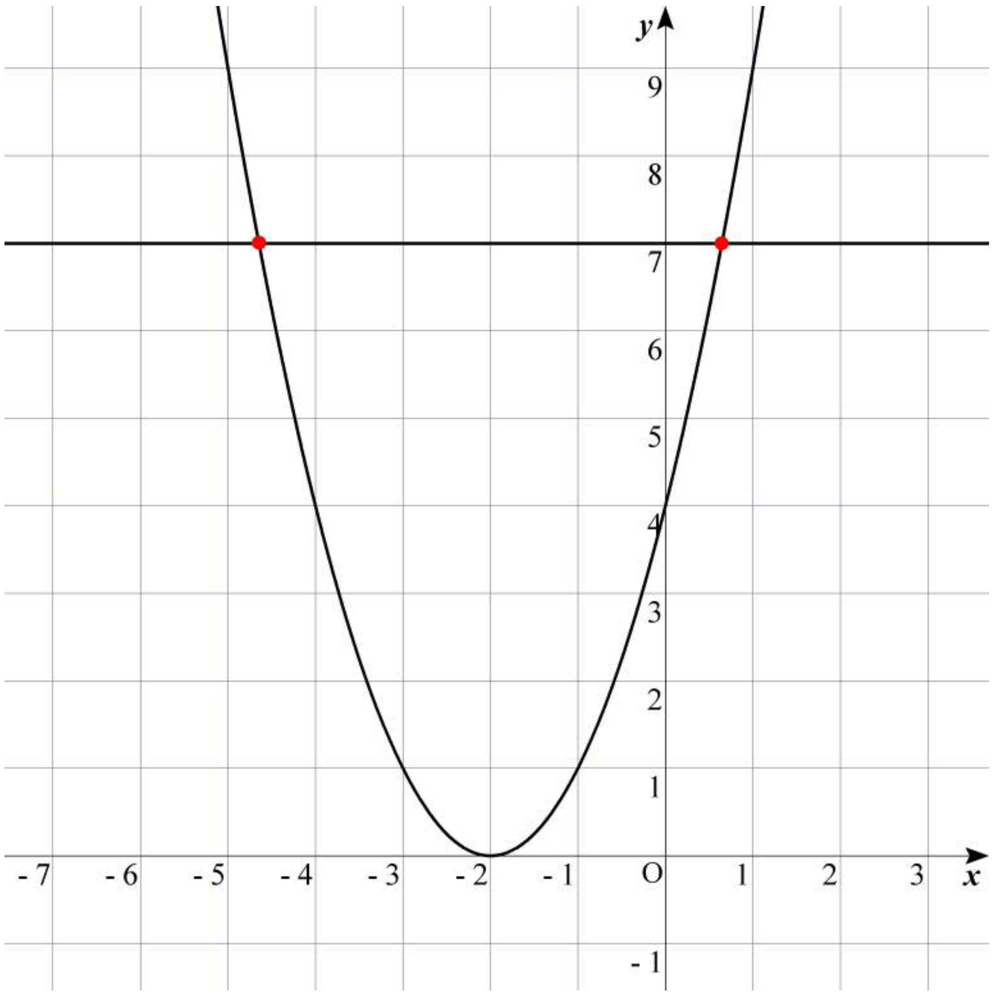
x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x^2	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25
$(x+2)^2$	9	4	1	0	1	4	9	16	25	36	49



(3)　$x^2+4x-5=0$ を平方完成すると、$(x+2)^2=9$ となるので、
$y=(x+2)^2$ のグラフ上の点で、y 座標が 9 となる点が求めるものである。
その点を図示すると、図の赤い点になる。

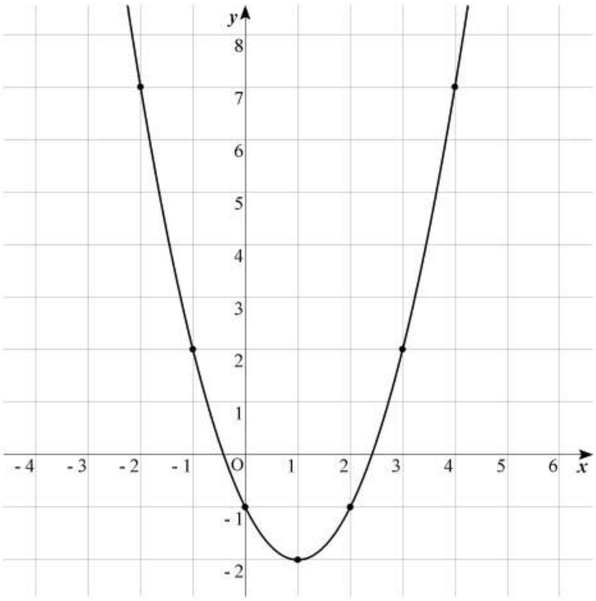


(4) $x^2+4x-3=0$ を平方完成すると、$(x+2)^2=7$ となるので、
$y=(x+2)^2$ のグラフ上の点で、y 座標が 7 となる点が求めるものである。
その点を図示すると、図の赤い点になる。



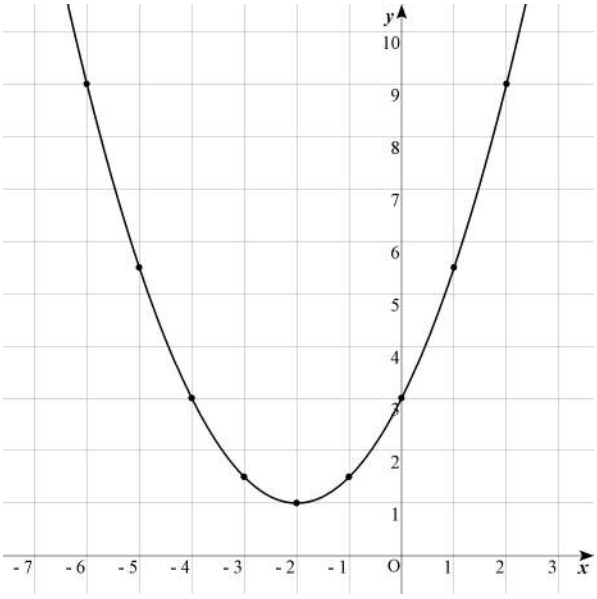
問1.2

(1)　$y=(x-1)^2-2$



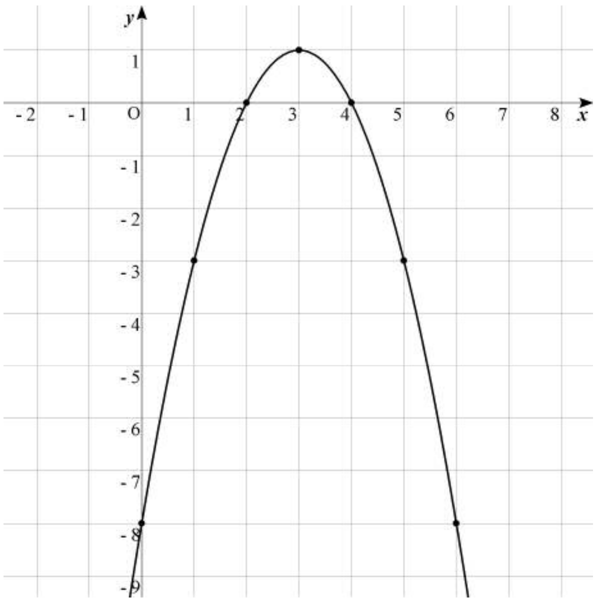
最大値は$\boxed{なし}$、最小値は$\boxed{-2}$

(2)　$y=\dfrac{1}{2}(x+2)^2+1$



最大値は$\boxed{なし}$、最小値は$\boxed{1}$

(3)　$y=-(x-3)^2+1$



最大値は$\boxed{1}$ ，最小値は$\boxed{なし}$

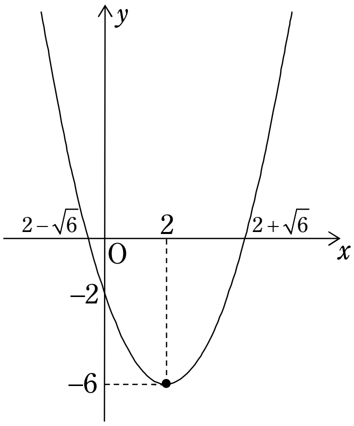
問1.3

(1) $y = x^2 - 4x - 2$ ……………………………………①

$= x^2 - 4x + 4 - 6$

$= (x-2)^2 - 6$

なので、①のグラフは、$y = x^2$ のグラフを、頂点が $(2,-6)$ となるように平行移動したものである。



①より、y 切片は-2

x 切片は

$$(x-2)^2 - 6 = 0$$

$$(x-2)^2 = 6$$

$$x - 2 = \pm\sqrt{6}$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{6}$$

(2) $y = 2x^2 + 4x + 5$ ……………………………………①

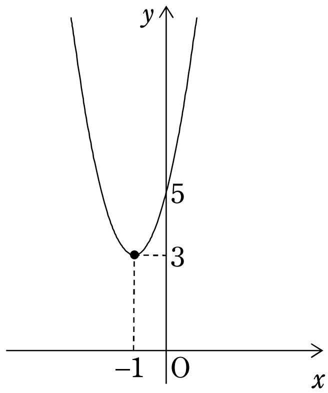
$= 2\left(x^2 + 2x + \dfrac{5}{2}\right)$

$= 2\left(x^2 + 2x + 1 - 1 + \dfrac{5}{2}\right)$

$= 2\left\{(x+1)^2 + \dfrac{3}{2}\right\}$

$= 2(x+1)^2 + 3$

なので、①のグラフは、$y = 2x^2$ のグラフを、頂点が $(-1,3)$ となるように平行移動したものである。



①より、y 切片は5

x 切片はない。

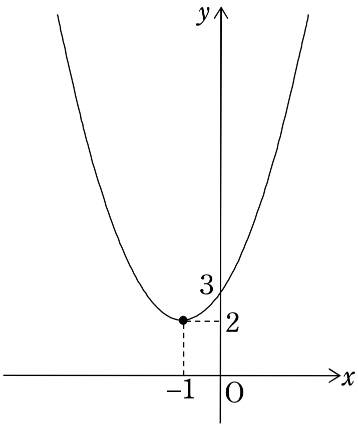
問1.4

(1) $y = x^2 + 2x + 3$ ……………………………………①

$= x^2 + 2x + 1 + 2$

$= (x+1)^2 + 2$

なので、①のグラフは、$y = x^2$ のグラフを、頂点が $(-1, 2)$ となるように平行移動したものである。



①より、y 切片は3

x 切片はない。

(2) $y = 2x^2 - 8x - 1$ ……………………………………①

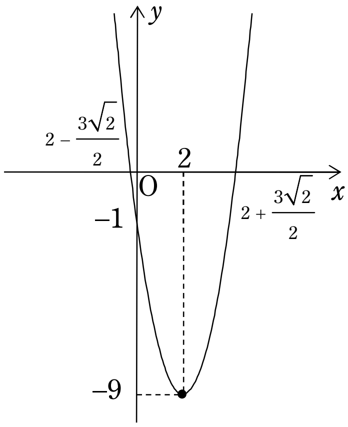
$= 2\left(x^2 - 4x - \frac{1}{2}\right)$

$= 2\left\{(x^2 - 4x + 4) - 4 - \frac{1}{2}\right\}$

$= 2\left\{(x-2)^2 - \frac{9}{2}\right\}$

$= 2(x-2)^2 - 9$

なので、①のグラフは、$y = 2x^2$ のグラフを、頂点が $(2, -9)$ となるように平行移動したものである。



①より、y 切片は -1

x 切片は

$$(x-2)^2 - \frac{9}{2} = 0$$

$$(x-2)^2 = \frac{9}{2}$$

$$x - 2 = \pm\frac{3}{\sqrt{2}} = \pm\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore x = 2 \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

(3) $y=-x^2-4x+6$ ………………………………①

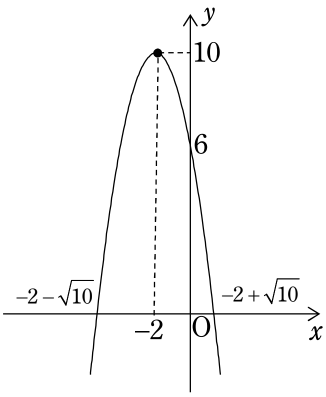
$=-(x^2+4x-6)$

$=-\left\{(x^2+4x+4)-10\right\}$

$=-\left\{(x+2)^2-10\right\}$

$=-(x+2)^2+10$

なので、①のグラフは、$y=-x^2$ のグラフを、頂点が $(-2,10)$ となるように平行移動したものである。



①より、y 切片は 6

x 切片は

$$-\left\{(x+2)^2-10\right\}=0$$

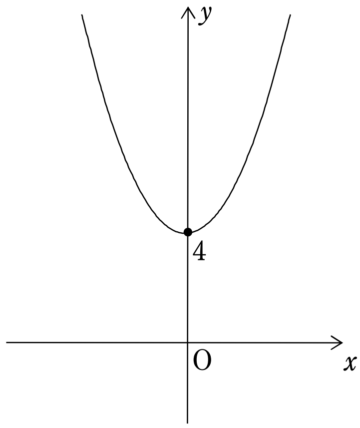
$$(x+2)^2=10$$

$$x+2=\pm\sqrt{10}$$

$$\therefore x=-2\pm\sqrt{10}$$

(4) $y=x^2+4$ ………………………………………①

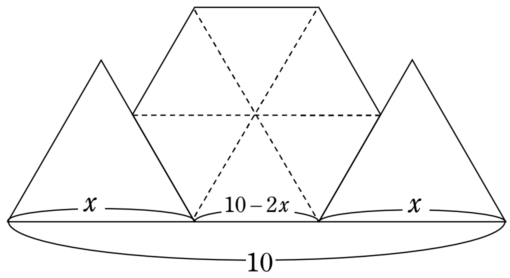
のグラフは、$y=x^2$ のグラフを、頂点が $(0,4)$ となるように平行移動したものである。



①より、y 切片は 4

x 切片はない。

問1.5

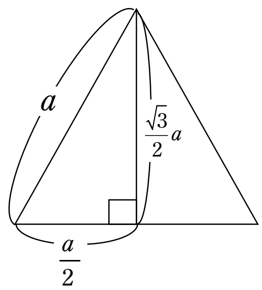


正三角形の 1 辺の長さを x （$0<x<5$）とおく。
正六角形の 1 辺の長さは$10-2x$ となる。
まず、1 辺 a の正三角形の面積を求めておこう。

高さは$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ （右下図）だから、面積は

$$\frac{1}{2}\times a\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

である。問題の図形は、1 辺 x の正三角形 2 個と
1 辺$10-2x$ の正三角形 6 個に分割できるから、
その合計面積をS とおくと、



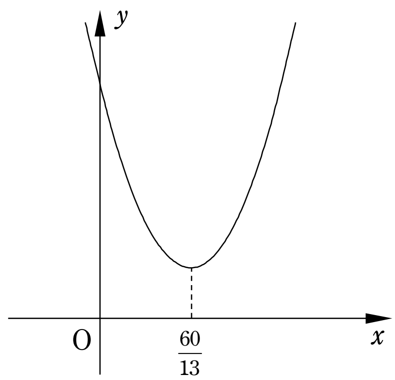
$$S=2\times\frac{\sqrt{3}}{4}x^2+6\times\frac{\sqrt{3}}{4}(10-2x)^2$$

である。 これを展開・整理すると、

$$\begin{aligned}S&=\frac{\sqrt{3}}{2}\left\{x^2+3(10-2x)^2\right\}\\&=\frac{\sqrt{3}}{2}\left\{x^2+3(100-40x+4x^2)\right\}\\&=\frac{\sqrt{3}}{2}\left(13x^2-120x+300\right)\\&=\frac{13\sqrt{3}}{2}\left(x^2-\frac{120}{13}x+\frac{300}{13}\right)\end{aligned}$$

となる。よって、

$$y=x^2-\frac{120}{13}x+\frac{300}{13}=\left(x-\frac{60}{13}\right)^2+\text{定数}$$



が最小のとき、S も最小となる。この関数は$x=\dfrac{60}{13}$ で最小となり、

$0<\dfrac{60}{13}<\dfrac{65}{13}=5$ だから、合計面積S が最小となるような正三角形

の 1 辺の長さは$\boxed{\dfrac{60}{13}}$ である。

※　上記の「定数」を求めると、

$$-\frac{60^2}{13^2}+\frac{300}{13}=\frac{-3600+3900}{13^2}=\frac{300}{13^2}$$

なので、S の最小値は

$$\frac{\cancel{13}\sqrt{3}}{2}\times\frac{300}{\cancel{13^2}_{13}}=\frac{150\sqrt{3}}{13}$$