

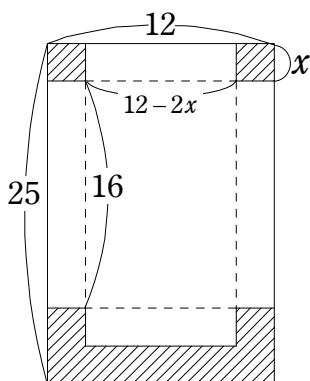
中2数学C 2019年度2学期 本問解答

§3 2次関数の最大・最小

※ 欠席してしまった場合は、問 3.1, 問 3.2 を（余裕があれば問 3.3 も）自分で確認し、p.19 の宿題 H3.1～H3.3 に取り組んで提出してください。

問3.1

(1)



x がみたすべき条件は、

$$\begin{cases} x > 0 \\ 12 - 2x > 0 \\ 25 - 2x \geq 16 \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} 0 < x \\ x < 6 \\ x \leq \frac{9}{2} \end{cases}$$

である。これより、 x の範囲は

$$0 < x \leq \frac{9}{2} \quad \text{..... ①}$$

(2) 箱の容積を y とすると、

$$y = 16 \times (12 - 2x) \times x$$

これは x の 2 次関数である。平方完成すると、

$$y = 16 \times 2 \times (6 - x) \times x$$

$$= -32(x^2 - 6x)$$

$$= -32\{(x - 3)^2 - 9\}$$

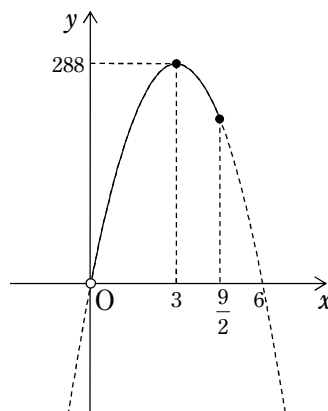
$$= -32(x - 3)^2 + 288$$

となる。

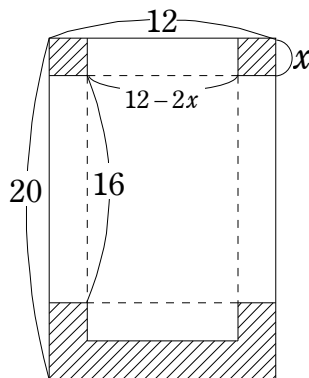
$x = 3$ は①の範囲に含まれているので、このとき、 y が最大になる。

したがって、箱の容積の最大値は

$$288 \text{ (} x = 3 \text{ のとき)}$$



(3)



紙の縦の長さが 20cm のときは、 x がみたすべき条件は、

$$\begin{cases} x > 0 \\ 12 - 2x > 0 \\ 20 - 2x \geq 16 \end{cases} \therefore \begin{cases} 0 < x \\ x < 6 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

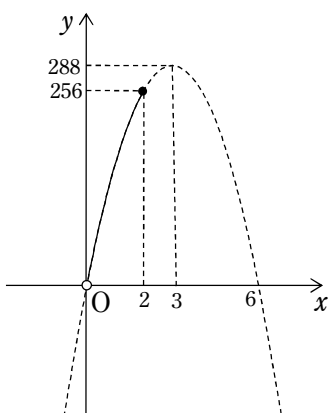
である。これより、 x の範囲は

$$0 < x \leq 2 \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

となる。箱の容積 y を x の関数として表すと(2)と同じになるが、 $x=3$ は②の範囲に含まれていないことに注意する。

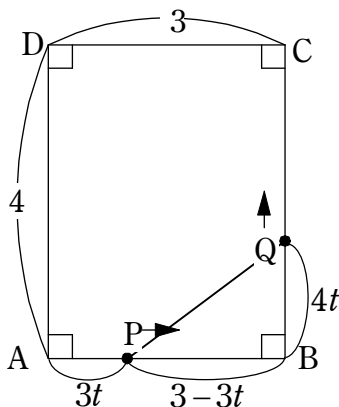
②より、グラフは下図のようになり、箱の容積の最大値は

$$\boxed{256 \text{ (} x=2 \text{ のとき)}}$$



問3.2

(1)



P, Q の速度は一定で、時刻 1 で P は 3 進み、Q は 4 進むので、時刻 t で P は $3t$ 進み、Q は $4t$ 進む。したがって、時刻 t のとき、

$$PB = AB - AP = \boxed{3 - 3t},$$

$$QB = \boxed{4t}$$

(2) $\triangle PBQ$ にピタゴラスの定理を用いて、

$$\begin{aligned} PQ^2 &= PB^2 + QB^2 \\ &= (3 - 3t)^2 + (4t)^2 \\ &= 9 - 18t + 9t^2 + 16t^2 \\ &= \boxed{25t^2 - 18t + 9} \end{aligned}$$

(3) PQ が最小になるのは PQ^2 が最小となるときである。(2)の結果を平方完成すると、

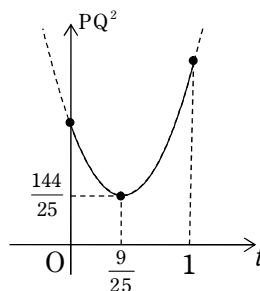
$$\begin{aligned} PQ^2 &= 25 \left(t^2 - \frac{18}{25}t + \frac{9}{25} \right) \\ &= 25 \left\{ \left(t - \frac{9}{25} \right)^2 - \left(\frac{9}{25} \right)^2 + \frac{9}{25} \right\} \\ &= 25 \left\{ \left(t - \frac{9}{25} \right)^2 + \frac{9}{25} \left(-\frac{9}{25} + 1 \right) \right\} \\ &= 25 \left(t - \frac{9}{25} \right)^2 + 9 \times \frac{16}{25} \end{aligned}$$

となる。ここで t の範囲は $0 \leq t \leq 1$ だから、

PQ^2 は $t = \frac{9}{25}$ のとき最小値 $9 \times \frac{16}{25}$ をとる。したがって、

$$\boxed{t = \frac{9}{25}} \text{ のとき } PQ \text{ は最小値}$$

$$\sqrt{9 \times \frac{16}{25}} = 3 \times \frac{4}{5} = \boxed{\frac{12}{5}} \text{ をとる。}$$



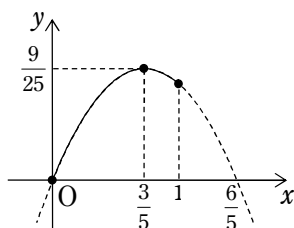
問3.3

$$\begin{aligned}
 (1) \quad y &= -x^2 + 1.2x \\
 &= -\left(x^2 - \frac{6}{5}x\right) \\
 &= -\left\{\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2\right\} \\
 &= -\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 + \frac{9}{25}
 \end{aligned}$$

だから、 $0 \leq x \leq 1$ より、 y は

$$\boxed{x = \frac{3}{5}} \text{ のとき、最大値 } \boxed{M = \frac{9}{25}}$$

をとる。



- (2) 2 日間の最大収容人数を 1×2 としたとき、それに対する入場者のべ人数の比率を u とすると、

$$\begin{aligned}
 u &= x + \frac{y}{M} \\
 &= x + \frac{25}{9} \left(-x^2 + \frac{6}{5}x\right) \\
 &= -\frac{25}{9}x^2 + \frac{13}{3}x
 \end{aligned}$$

となる。これを最大にする x を求めたい。平方完成すると、

$$\begin{aligned}
 u &= -\frac{25}{9} \left(x^2 - \frac{39}{25}x\right) \\
 &= -\frac{25}{9} \left\{\left(x - \frac{39}{50}\right)^2 - \left(\frac{39}{50}\right)^2\right\} \\
 &= -\frac{25}{9} \left(x - \frac{39}{50}\right)^2 + \frac{169}{100}
 \end{aligned}$$

となるから、 $0 \leq x \leq 1$ より、 u は

$$\boxed{x = \frac{39}{50}} \text{ のとき、最大となる。}$$

