中2数学C 2019年度2学期 宿題解答
§2 グラフで考えよう

H2.1

(1)のみ丁寧に論じ、(2)～(4)は略解とする。

(1) $y = x^2 + 2x$

$= (x^2 + 2x + 1) - 1$

$= (x+1)^2 - 1$

より、この関数のグラフは、頂点が $(-1, -1)$ の下に凸な放物線である。
よって、x が $-2 \leqq x \leqq 2$ を変化するときの

最小値は $\boxed{y = -1 \quad (x = -1)}$

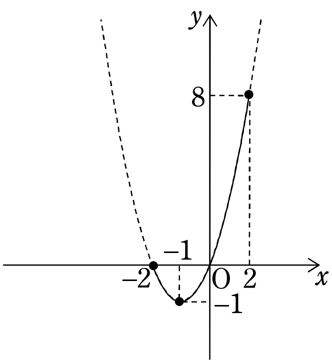
である。また、$x = 2$ の方が $x = -2$ よりも $x = -1$ から離れているので、$x = 2$ で最大になると分かる。$x = 2$ のとき、

$y = 2^2 + 2 \times 2 = 8$

だから、

最大値は $\boxed{y = 8 \quad (x = 2)}$

である。



(2) $y = -x^2 + 4x + 1$

$= -(x^2 - 4x - 1)$

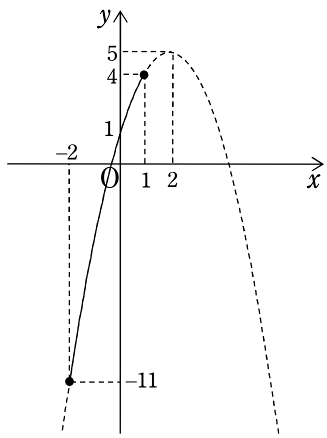
$= -(x^2 - 4x + 4 - 5)$

$= -(x-2)^2 + 5$

より、$-2 \leqq x \leqq 1$ におけるこの関数のグラフは次の図のよう。よって、

最大値は $\boxed{y = 4 \quad (x = 1)}$

最小値は $\boxed{y = -11 \quad (x = -2)}$



(3) $y = 2x^2 + 8x - 3$

$= 2\left(x^2 + 4x - \dfrac{3}{2}\right)$

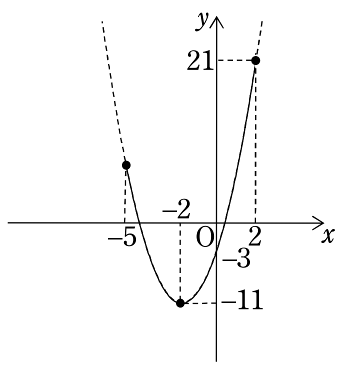
$= 2\left(x^2 + 4x + 4 - \dfrac{11}{2}\right)$

$= 2(x+2)^2 - 11$

より、$-5 \leqq x \leqq 2$ におけるこの関数のグラフは下図のよう。よって、

最大値は $\boxed{y = 21 \quad (x = 2)}$

最小値は $\boxed{y = -11 \quad (x = -2)}$



(4) $y=-\frac{1}{2}x^2-4x+7$

$=-\frac{1}{2}(x^2+8x-14)$

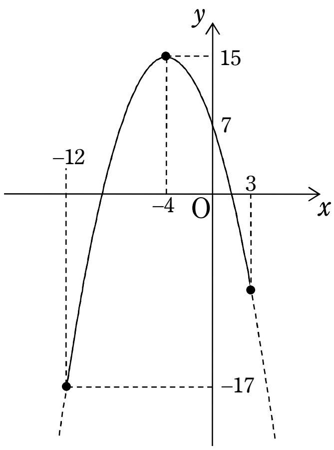
$=-\frac{1}{2}(x^2+8x+16-30)$

$=-\frac{1}{2}(x+4)^2+15$

より、$-12 \leqq x \leqq 3$ におけるこの関数のグラフは次の図のよう。よって、

最大値は $\boxed{y=15 \quad (x=-4)}$

最小値は $\boxed{y=-17 \quad (x=-12)}$



H2.2

(1) $x^2-3x-1<0$ ……①

の解は、$y=x^2-3x-1$ のグラフで y 座標が負となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めると、

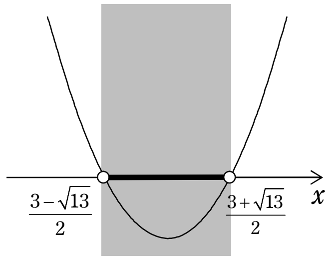
$$x^2-3x-1=0$$

$$x^2-3x+\frac{9}{4}=1+\frac{9}{4}$$

$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$$

$$x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$$



よって、図より、①の解は

$$\boxed{\frac{3-\sqrt{13}}{2}<x<\frac{3+\sqrt{13}}{2}}$$

(2) $2x^2-8x+9>0$ ……①

の解は、$y=2x^2-8x+9$ のグラフで y 座標が正となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めようとすると、

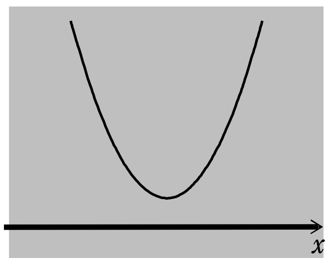
$$2x^2-8x+9=0$$

$$x^2-4x+\frac{9}{2}=0$$

$$x^2-4x+4=-\frac{9}{2}+4$$

$$(x-2)^2=-\frac{1}{2}$$

となり、これを満たす実数は存在しないので、グラフは x 軸と共有点を持たないことが分かる。

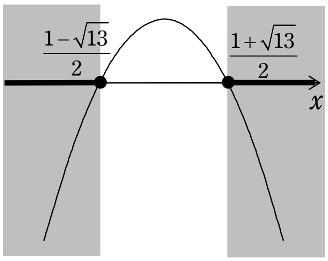


よって、図より、①の解は $\boxed{\text{全実数}}$

(3) $-x^2+x+3 \leqq 0$ ……①

の解は、$y=-x^2+x+3$ のグラフで y 座標が 0 以下となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めると、

$$-x^2+x+3=0$$
$$x^2-x-3=0$$
$$x^2-x+\frac{1}{4}=3+\frac{1}{4}$$
$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$$
$$x-\frac{1}{2}=\pm\frac{\sqrt{13}}{2}$$
$$\therefore x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$$



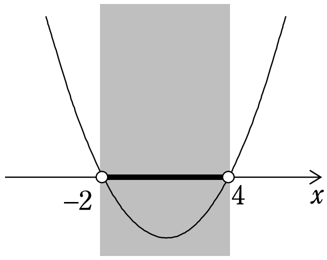
よって、図より、①の解は

$$\boxed{x \leqq \frac{1-\sqrt{13}}{2},\ \frac{1+\sqrt{13}}{2} \leqq x}$$

(4) $x^2-2x-8<0$ ……①

の解は、$y=x^2-2x-8$ のグラフで y 座標が負となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めると、

$$x^2-2x-8=0$$
$$(x+2)(x-4)=0$$
$$\therefore x=-2, 4$$



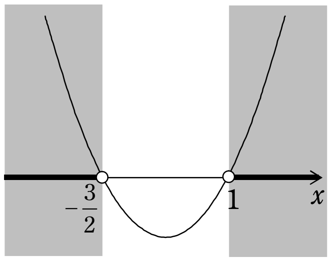
よって、図より、①の解は

$$\boxed{-2<x<4}$$

(5) $0<2x^2+x-3$ ……①

の解は、$y=2x^2+x-3$ のグラフで y 座標が正となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めると、

$$2x^2+x-3=0$$
$$(2x+3)(x-1)=0$$
$$\therefore x=-\frac{3}{2}, 1$$



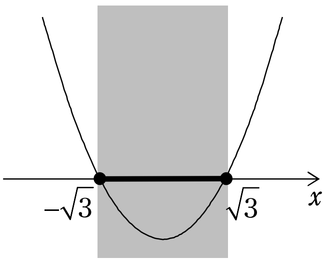
よって、図より、①の解は

$$\boxed{x<-\frac{3}{2},\ 1<x}$$

(6) $3x^2-9 \leqq 0$ ……①

の解は、$y=3x^2-9$ のグラフで y 座標が 0 以下となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めると、

$$3x^2-9=0$$
$$x^2=3$$
$$\therefore x=\pm\sqrt{3}$$

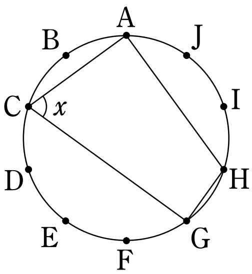


よって、図より、①の解は

$$\boxed{-\sqrt{3} \leqq x \leqq \sqrt{3}}$$

H2.3

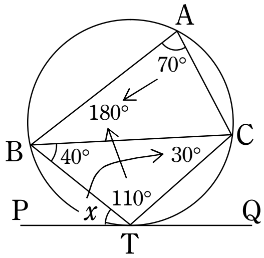
(1)



全円に対する円周角は 180° だから、
円周角の定理（弧長と円周角の比例）より、

$$x=\angle \mathrm{ACG}=180^\circ\times\frac{4}{10}=\boxed{72^\circ}$$

(2)



ABTC は円に内接するので、内接四角形の定理より、

$$\angle \mathrm{BTC}=180^\circ-\angle \mathrm{BAC}$$
$$=180^\circ-70^\circ$$
$$=110^\circ$$

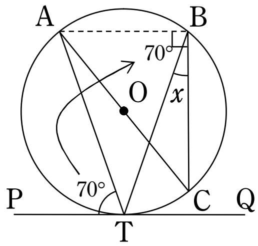
△BCT の内角の和より、

$$\angle \mathrm{BCT}=180^\circ-\angle \mathrm{CBT}-\angle \mathrm{BTC}$$
$$=180^\circ-40^\circ-110^\circ$$
$$=30^\circ$$

PQ は T で円に接するので、接弦定理より、

$$x=\angle \mathrm{BCT}=\boxed{30^\circ}$$

(3)



PQ は T で円に接するので、接弦定理より、

$$\angle \mathrm{ABT}=\angle \mathrm{ATP}=70^\circ$$

直径の円周角より、

$$\angle \mathrm{ABC}=90^\circ$$

よって、

$$x=\angle \mathrm{ABC}-\angle \mathrm{ABT}$$
$$=90^\circ-70^\circ$$
$$=\boxed{20^\circ}$$