

中2数学B 2019年度2学期 宿題解答

§9 直線と平面のなす角・二面角

H9.1

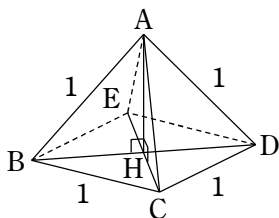
- (1) 底面 BCDE の対角線の交点を H とすると、

$AB = AD, BH = DH$ より、 $AH \perp BD$

$AC = AE, CH = EH$ より、 $AH \perp CE$

なので、 $BD \parallel CE$ にも注意して

$AH \perp$ 平面 BCDE である。よって、直線 AB と面 BCDE のなす角は、 $\angle ABH$ である。



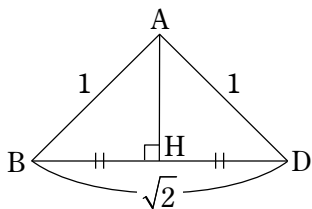
$\triangle ABD$ は、

$$AB = AD = 1, BD = \sqrt{2} \quad BC = \sqrt{2}$$

より、

$$\angle ABH = \angle ABD = \boxed{45^\circ}$$

の直角二等辺三角形である。



- (2) BC の中点 M、ED の中点を N とする。

$\triangle ABC$ において、

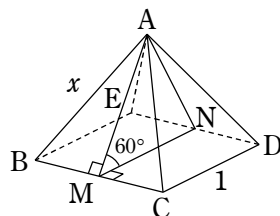
$AB = AC, BM = CM$ より、 $AM \perp BC$

正方形 BCDE において、

$BM = CM, EN = DN$ より、 $MN \perp BC$

なので、面 ABC と面 BCDE のなす角は $\angle AMN$ であり、

$$\angle AMN = 60^\circ$$



$\triangle ABM \equiv \triangle AEN$ (斜辺一辺相等) より、
 $AM = AN$ だから、 $\angle AMN = 60^\circ$ と合わせて、 $\triangle AMN$ は正三角形であり、

$$AM = MN = 1$$

よって、 $\triangle ABM$ にピタゴラスの定理を用いて、

$$x = \sqrt{AM^2 + BM^2} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \boxed{\frac{\sqrt{5}}{2}}$$

H9.2

AH ⊥ 面 HBC だから、AH を含む平面はすべて面 HBC と垂直である。直感的には、その中から、面 ABC と面 HBC の交線 BC と垂直なものが選べるはずである。その平面と BC との交点を I とすると、∠AIH が面 ABC と面 HBC のなす角である。

A から BC に下ろした垂線の足を I とする：

$$AI \perp BC \quad \text{..... ①}$$

AH ⊥ BH, AH ⊥ CH, BH ⊥ CH より、

AH ⊥ 面 HBC だから、

$$AH \perp BC \quad \text{..... ②}$$

①, ②より、BC ⊥ 面 AHI だから、

$$HI \perp BC \quad \text{..... ③}$$

①, ③より、面 ABC と面 HBC のなす角は ∠AIH である。これが 45° なので、AH ⊥ HI と合わせて、

$$\triangle AIH \text{ は直角二等辺三角形} \quad \text{..... ④}$$

と分かる。ここで、BH = CH, ∠BHC = 90° より、△BHC は直角二等辺三角形だから、③より、△BHI も直角二等辺三角形になる。したがって、

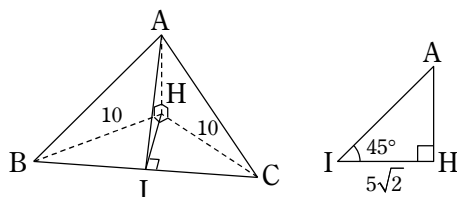
$$HI = \frac{1}{\sqrt{2}} \times BH = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = 5\sqrt{2}$$

これと、④より、

$$AH = HI = 5\sqrt{2}$$

$$AI = \sqrt{2} HI = \sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 10$$

である。



以上より、S, V は以下のように求まる。

$$(1) \quad S = \frac{1}{2} \times BC \times AI = \frac{1}{2} \times 10\sqrt{2} \times 10 = \boxed{50\sqrt{2}}$$

$$(2) \quad V = \frac{1}{3} \times \triangle BCH \times AH$$

$$= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times BH \times CH \right) \times AH$$

$$= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 10 \right) \times 5\sqrt{2} = \boxed{\frac{250\sqrt{2}}{3}}$$