

中2数学C 2019年度春期講習 本問解答

§3 分母の有理化・開平法

※ 欠席してしまった場合は、問 3.1～問 3.4, 問 3.5 (2), (4) を（余裕があれば残りの問題も）自分で確認し、p.18 の宿題 H3.1～H3.4 に取り組んでください。

問3.1

- (1) $\frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{3.162277660\dots} = 1 \div 3.162277660\dots$ の計算はしたくないだろう。

（仮に電卓を使ったとしても、小数点以下 9 位に誤差が入ってくる可能性もある。）

そこで $\frac{1}{\sqrt{10}}$ を書き換えて、分母にあるルートをなくすことを考えよう。

$\frac{1}{\sqrt{a}}$ 倍の相似変換を 2 回繰り返すと

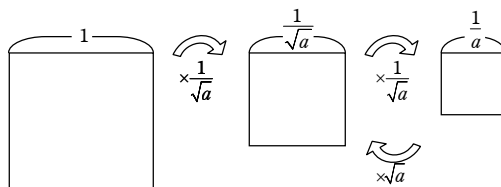
$\frac{1}{a}$ 倍の相似変換になり、さらに

続けて $\sqrt{a}$ 倍の相似変換をすれば、

$\frac{1}{a} \times \sqrt{a} = \frac{\sqrt{a}}{a}$ 倍の相似変換をしたことになる。

$\frac{1}{\sqrt{a}}$ 倍の相似変換の逆の変換が $\sqrt{a}$ 倍の相似変換であることを考えると、結局、

全体としては単なる $\frac{1}{\sqrt{a}}$ 倍の相似変換をしたことになる(上の図)。



したがって、 $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$ が成り立つことがわかる。これは、計算上は $\frac{1}{\sqrt{a}}$ の分母と分

子に $\sqrt{a}$ をかけて、 $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$ とすることで確認できる。

さて、 $\frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$ となることを利用すれば、

$$\frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{3.162277660\dots}{10} = \boxed{0.3162277660}\dots$$

となり、（電卓も不要で）小数第 10 位まで正確に求まる。

(2) やはり、 $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{1.414213562\cdots} = 1 \div 1.414213562\cdots$ の計算はしたくないし、

小数第 9 位に誤差が入ってくる可能性がある。

(1) と同様にして $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ となることを利用すれば、

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1.414213562\cdots}{2} = 0.707106781\cdots$$

となり、小数第 9 位までは正確に求められる。

問3.2

(ア)

$$(1) \quad \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \boxed{\frac{\sqrt{42}}{7}}$$

$$(2) \quad \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \boxed{\frac{2\sqrt{5}}{5}}$$

$$(3) \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \boxed{\frac{\sqrt{10}}{5}}$$

$$(4) \quad \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = \boxed{3\sqrt{2}}$$

$$(5) \quad \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{12}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{6}}$$

(イ)

$$(1) \quad \frac{5}{\sqrt{6}} + \sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{\sqrt{24}}{4}$$

$$= \frac{5}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{6}}{4}$$

$$= \frac{5\sqrt{6}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{1}{2}\sqrt{6}$$

$$= \frac{5\sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 3\sqrt{6}}{6}$$

$$= \frac{(5+2-3)\sqrt{6}}{6} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$(2) \quad \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6} - 3\sqrt{2}}{3}$$

$$= \frac{9\sqrt{2} - 2(\sqrt{6} - 3\sqrt{2})}{6}$$

$$= \frac{9\sqrt{2} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{2}}{6}$$

$$= \boxed{\frac{15\sqrt{2} - 2\sqrt{6}}{6}}$$

問3.3

$$(1) \sqrt{\frac{12}{5}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \boxed{\frac{2\sqrt{15}}{5}}$$

$$(2) \sqrt{\frac{1}{27}} = \frac{1}{\sqrt{27}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{9}}$$

$$(3) \frac{6}{\sqrt{8}} = \frac{6}{2\sqrt{2}} = \frac{3\cancel{\sqrt{2}}}{1\cancel{2}\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{3\sqrt{2}}{2}}$$

$$(4) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3 \times 6}}{6} = \frac{1\cancel{\sqrt{2}}\sqrt{2}}{2\cancel{3}\sqrt{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$(別解) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{1\cancel{\sqrt{2}}}{2\cancel{3}\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$(5) \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{1\cancel{2}\sqrt{6}}{3\cancel{\sqrt{6}}} = \boxed{\frac{\sqrt{6}}{3}}$$

$$(6) \frac{\sqrt{1200}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{1200}{12}} = \sqrt{100} = \boxed{10}$$

$$(7) \frac{\frac{2}{\sqrt{12}} + \sqrt{\frac{4}{3}} - \frac{\sqrt{32}}{8}}{\frac{1\cancel{2}\sqrt{3}}{1\cancel{2}\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} - \frac{1\cancel{4}\sqrt{2}}{2\cancel{2}\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \boxed{\sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$(8) \frac{\frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{4\sqrt{2} - \sqrt{12}}{\sqrt{6}}}{\frac{3\sqrt{3}}{3} - \frac{2\cancel{4}\sqrt{2 \times 6} - 1\cancel{2}\sqrt{3 \times 6}}{3\cancel{\sqrt{6}}}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3} - (2 \times 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})}{3}$$

$$= \frac{3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{3}$$

$$= \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{2}}$$

問3.4

(1) $a = \boxed{2}$

(2) $b = \boxed{2}$

$$500 - (20 + b)^2 = 100 - (40 + b)b = \boxed{16}$$

(3) $c = \boxed{3}$

(4) その次の整数 d は、

$$(2.23 + 0.001d)^2 \leq 5 \dots\dots \textcircled{1}$$

をみたす最大の整数 d である。①を書き換えていくと、

$$(2230 + d)^2 \leq 5000000,$$

$$4972900 + 4460d + d^2 \leq 5000000,$$

$$\therefore (4460 + d)d \leq 27100 \dots\dots \textcircled{2}$$

となる。よって、②をみたす最大の d を求めればよく、それは $d = \boxed{6}$ とわかる。

問3.5

(1) $\sqrt{3} = \boxed{1.732} \dots$

(2) $\sqrt{11} = \boxed{3.316} \dots$

	1. 7 3 2
1	$\sqrt{3}$
1	
27	2 00
7	1 89
343	11 00
3	10 29
3462	71 00
2	69 24
	1 76

	3. 3 1 6
3	$\sqrt{11}$
3	
63	2. 00
3	1. 89
661	11 00
1	6 61
6626	4 39 00
6	3 97 56
	41 44

(3) $\sqrt{691} = \boxed{26.286} \dots$

	2 6. 2 8 6
2	$\sqrt{6\ 91}$
2	4
4 6	2 91
6	2 76
5 2 2	15 00
2	10 44
5 2 4 8	4 56 00
8	4 19 84
5 2 5 6 6	36 16 00
6	31 53 96
	4 62 04

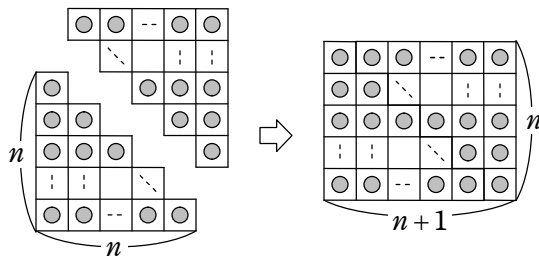
(4) $\sqrt{\pi} = \boxed{1.772} \dots$

	1. 7 7 2
1	$\sqrt{3. 14 15 92}$
1	1
2 7	2 14
7	1 89
3 4 7	25 15
7	24 29
3 5 4 2	86 92
2	70 84
	16 08

(5) 開平法で計算してみると、 $\sqrt{57121} = 239$ なので、57121 は平方数である。

	2 3 9
2	$\sqrt{5\ 71\ 21}$
2	4
4 3	1 71
3	1 29
4 6 9	42 21
9	42 21
	0

(6)



まず、 $S(n)=1+2+3+\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$ である（上図参照）。

これより、 $S(n)>1981$ を書き換えていくと、

$$\frac{1}{2}n(n+1)>1981$$

$$\therefore n(n+1)>3962\cdots\cdots\textcircled{1}$$

となる。 $n(n+1)$ が n^2 と $(n+1)^2$ の間にあることに着目し、

$\sqrt{3962}$ を調べてみよう。

開平法で計算してみると、 $\sqrt{3962}=62.\cdots$ なので、

①をみたす最小の自然数 n は62の近くにあると

予想される。実際、

$$62\times(62+1)=3906,$$

$$63\times(63+1)=4032,$$

なので、①をみたす最小の自然数 n は

$$\boxed{n=63}$$

で、これが求めるものである。

6	6	6 2. ...
6	6	$\sqrt{3962}$
122	2	36
2	2	3 62
	2	2 44
		1 18