

中2数学C 2019年度春期講習 本問解答

§5 東大入試に挑戦

※ 欠席してしまった場合は、§4までの知識を活用して、問5.1に自分で取り組んでみよう。

問5.1

解1 問4.5において、EからBCの延長に下ろした垂線の足をFとおき、1つの鋭角が 15° の直角三角形BEFを作る。このとき、

$EF = \frac{1}{2}AB = 1$ に対し、斜辺の長さが $BE = \sqrt{6} + \sqrt{2}$

となる。ここに、Bを中心として、BEを半径とする、中心角 15° の扇形EBGを描くとき、弧EGの長さがEFの長さより長くなることに注目してみよう。

弧EGの長さは

$$2 \times (\sqrt{6} + \sqrt{2}) \times \pi \times \frac{15^\circ}{360^\circ} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{12} \pi$$

なので、これが $EF = 1$ より長いことから

$$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{12} \pi > 1 \quad \therefore \pi > \frac{12}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$$

となる。

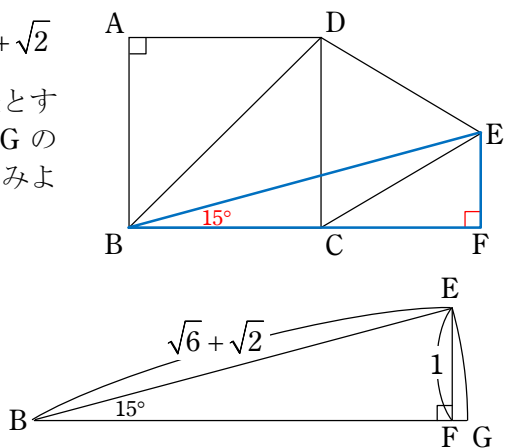
$$\sqrt{6} + \sqrt{2} = 2.449\ldots + 1.414\ldots < 2.45 + 1.42 = 3.87$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{6}} > \frac{1}{3.87}$$

であることを用いれば、

$$\pi > \frac{12}{\sqrt{2} + \sqrt{6}} > \frac{12}{3.87} = 3.10\ldots$$

$$\therefore \pi > 3.05$$



解2 H4.3 の四分円において、弧 AB の長さが、

$$AQ + QB = x + y = 2\sqrt{5} + \sqrt{10}$$

より長くなることに注目してみよう。

弧 AB の長さは、

$$2 \times 5 \times \pi \times \frac{1}{4} = \frac{5}{2}\pi$$

なので、

$$\frac{5}{2}\pi > 2\sqrt{5} + \sqrt{10} \quad \therefore \pi > \frac{2}{5} \times (2\sqrt{5} + \sqrt{10})$$

となる。ここで、

$$\sqrt{5} = 2.2360\cdots > 2.236, \quad \sqrt{10} = 3.1622\cdots > 3.162$$

であることを用いれば、

$$\pi > \frac{2}{5} \times (2\sqrt{5} + \sqrt{10}) > \frac{2}{5} \times (2 \times 2.236 + 3.162) = 3.0536 \quad \therefore \pi > 3.05$$

