

中2数学X 春期 §1 三角形の合同条件 本問解答

問1.1

[仮定] $AB = AC$ ……①, $\angle BAI = \angle CAI$ ……②

[結論] $BI = CI$, $AI \perp BC$

[証明]

$\triangle ABI$ と $\triangle ACI$ において、

$AB = AC$ ……………①

$\angle BAI = \angle CAI$ ……………②

$AI = AI$ (共通) ……………③

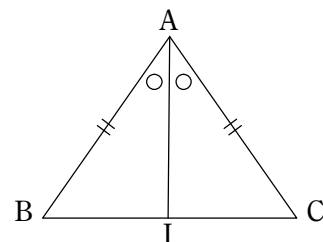
①,②,③より、

$\triangle ABI \equiv \triangle ACI$ (二辺夾角相等) ……④

④より、 $BI = CI$ (対応辺)

また、④より、 $\angle AIB = \angle AIC$ (対応角)

よって、 $AI \perp BC$ (q.e.d.)



問1.2

(1)

[仮定] $\angle BAD = \angle CAD$ ①

$AD \perp BC$ ②

[結論] $AB = AC$

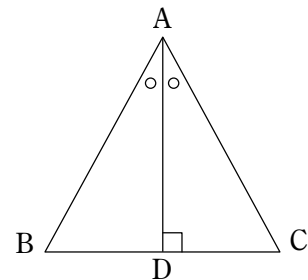
[証明] $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において、

②より、 $\angle BDA = \angle CDA$ ③

共通なので、 $AD = AD$ ④

①,③,④より、 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (二角夾辺相等)

よって、 $AB = AC$ (対応辺) (q.e.d.)



(2)

[仮定] $AD \perp BC$ ①

$BD = CD$ ②

[結論] $AB = AC$

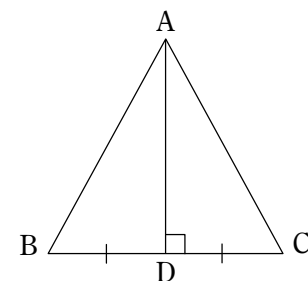
[証明] $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において、

①より、 $\angle ADB = \angle ADC$ ③

共通なので、 $AD = AD$ ④

②,③,④より、 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (二辺夾角相等)

よって、 $AB = AC$ (対応辺) (q.e.d.)



問1.3

- 〔仮定〕 $\angle ABC = 120^\circ$ ①
 $\triangle PAB$ は正三角形 ②
 $\triangle QAC$ は正三角形 ③

(1)

〔結論〕 $\triangle ABC \equiv \triangle \boxed{APQ}$

〔証明〕

$\triangle ABC$ と $\triangle APQ$ において

②より $AB = AP$ ③

③より $AC = AQ$ ④

また $\angle BAC = \angle BAP - \angle CAP$
 $= 60^\circ - \angle CAP$ (②より) ⑤

$\angle PAQ = \angle CAQ - \angle CAP$
 $= 60^\circ - \angle CAP$ (③より) ⑥

⑤,⑥より $\angle BAC = \angle PAQ$ ⑦

③,④,⑦より $\triangle ABC \equiv \triangle APQ$ (二辺夾角相等) .. ⑧ (q.e.d.)

(2)

〔結論〕 B,P,Q は一直線上

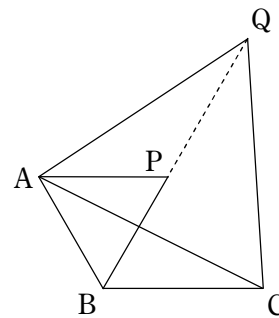
〔証明〕

⑧より $\angle ABC = \angle APQ$ (対応角) ⑨

よって、 $\angle BPQ = \angle BPA + \angle APQ$
 $= \angle BPA + \angle ABC$ (⑨より)
 $= 60^\circ + 120^\circ$ (①,②より)

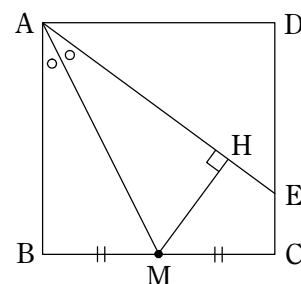
$\therefore \angle BPQ = 180^\circ$ ⑩

⑩より B,P,Q は一直線上 (q.e.d.)



問1.4

- 〔仮定〕 ABCD は正方形 ①
 BM=CM ②
 $\angle BAM = \angle MAE$ ③
 $MH \perp AE$ ④



(1)

〔結論〕 $\triangle ABM \equiv \triangle AHM$

〔証明〕

$\triangle ABM$ と $\triangle AHM$ において

- $AM = AM$ (共通) ⑤
 ③より、 $\angle BAM = \angle HAM$ ⑥
 ①,④より、 $\angle ABM = \angle AHM (= 90^\circ)$ ⑦
 ⑥,⑦より、 $180^\circ - \angle BAM - \angle ABM = 180^\circ - \angle HAM - \angle AHM$
 これより、 $\angle AMB = \angle AMH$ (内角定理) ⑧
 ⑤,⑥,⑧より $\triangle ABM \equiv \triangle AHM$ (二角夾辺相等) ⑨

(q.e.d.)

(2)

〔結論〕 $AB + CE = AE$

〔証明〕

$\triangle ECM$ と $\triangle EHM$ において

- ⑨より、 $BM = HM$ (対応辺) ⑩
 ②⑩より、 $CM = HM$ ⑪
 $EM = EM$ (共通) ⑫
 ①,④より、 $\angle ECM = \angle EHM = 90^\circ$ ⑬
 ⑪,⑫,⑬より $\triangle ECM \equiv \triangle EHM$ (斜辺一辺相等) ⑭

$$AE = AH + HE$$

$$= AB + CE \quad (\text{⑨,⑭より、対応辺})$$

(q.e.d.)