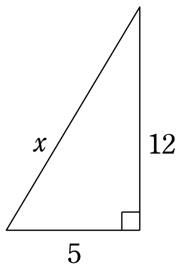
中2数学B　2020年度春期　宿題解答
§4　ピタゴラスの定理の応用

H4.1

(1)　ピタゴラスの定理より、

$$x^2 = 5^2 + 12^2$$
$$= 25 + 144 = 169 = 13^2$$

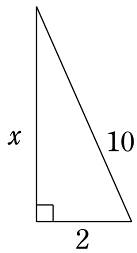
よって、$x > 0$ より、$x = \boxed{13}$



(2)　ピタゴラスの定理より、

$$x^2 + 2^2 = 10^2$$
$$x^2 = 10^2 - 2^2 = 100 - 4 = 96 \left[= 4^2 \times 6 \right]$$

よって、$x > 0$ より、$x = \boxed{4\sqrt{6}}$



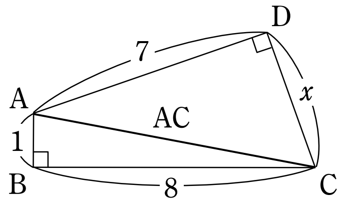
(3)　△ABC にピタゴラスの定理を用いて、

$$\mathrm{AC}^2 = 1^2 + 8^2 = 65$$

△ADC にピタゴラスの定理を用いて、

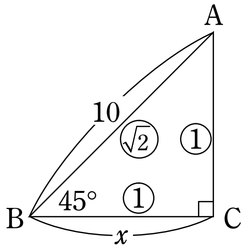
$$\mathrm{AC}^2 = x^2 + 7^2$$
$$\therefore \ x^2 = 65 - 49 = 16$$

よって、$x > 0$ より、$x = \boxed{4}$



H4.2

(1)　△ABC は直角二等辺三角形なので、3 辺の比は



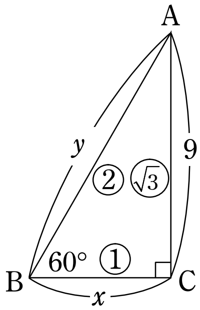
$$\mathrm{AC}:\mathrm{BC}:\mathrm{AB}=1:1:\sqrt{2}$$

よって、

$$10:x=\sqrt{2}:1$$

$$x=10\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\boxed{5\sqrt{2}}$$

(2)　△ABC は 30°, 60°, 90° の直角三角形なので、3 辺の比は



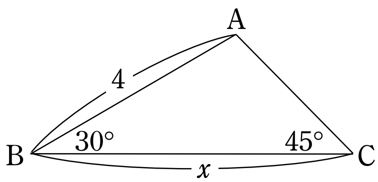
$$\mathrm{BC}:\mathrm{AC}:\mathrm{AB}=1:\sqrt{3}:2$$

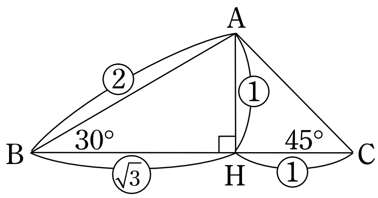
よって、

$9:x=\sqrt{3}:1$ より、$x=9\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\boxed{3\sqrt{3}}$

$x:y=1:2$ より、$y=2x=2\times3\sqrt{3}=\boxed{6\sqrt{3}}$

(3)　A から BC に下した垂線の足を H とすると、
△ABH は 30°, 60°, 90° の直角三角形なので、
3 辺の比は





$$\mathrm{BA}:\mathrm{AH}:\mathrm{HB}=2:1:\sqrt{3}$$

また、△ACH は直角二等辺三角形なので、
3 辺の比は

$$\mathrm{AH}:\mathrm{CH}:\mathrm{AC}=1:1:\sqrt{2}$$

よって、

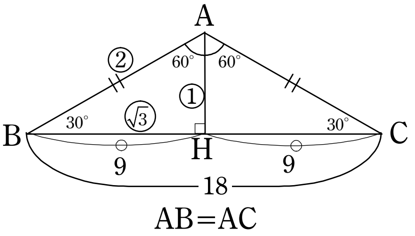
$$\mathrm{AB}:\mathrm{BC}=2:\left(\sqrt{3}+1\right)$$

となり、

$$x=\mathrm{BC}=\mathrm{AB}\times\frac{\sqrt{3}+1}{2}={}^{2}\cancel{4}\times\frac{\sqrt{3}+1}{{}_{1}\cancel{2}}=\boxed{2\left(\sqrt{3}+1\right)}$$

H4.3

(1)　A から BC へ下した垂線の足を H とする。



△ABH は 30°, 60°, 90° の直角三角形なので

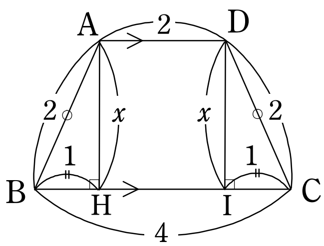
$$\mathrm{AB}:\mathrm{BH}:\mathrm{AH}=2:\sqrt{3}:1$$

よって、

$9:\mathrm{AH}=\sqrt{3}:1$ より、$\mathrm{AH}=9\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=9\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}$

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times\mathrm{BC}\times\mathrm{AH}$$
$$=\frac{1}{2}\times18\times3\sqrt{3}=\boxed{27\sqrt{3}}$$

(2)　点 A, D から底辺 BC に下ろした垂線の足を
それぞれ H, I とし、AH=DI=x とおく。
△ABH≡△DCI（斜辺一辺相等）より BH=CI なので、
BH=CI=$\dfrac{\mathrm{BC}-\mathrm{HI}}{2}=\dfrac{4-2}{2}=1$ となる。
△ABHにピタゴラスの定理を用いて、



$x^2+1^2=2^2$

$x^2=2^2-1^2=3$

$x>0$より、$x=\sqrt{3}$

よって、

台形ABCDの面積 $=\dfrac{1}{2}\times(\mathrm{AD}+\mathrm{BC})\times\mathrm{AH}$

$=\dfrac{1}{2}\times(2+4)\times\sqrt{3}=\boxed{3\sqrt{3}}$

（別方針）　右図のように、D から AB に平行な直線を引いて考えてもよい。