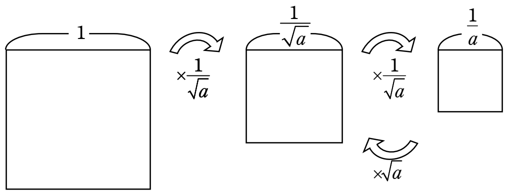
中2数学C　2020年度春期講習　本問解答
§3　分母の有理化･開平法

※　欠席してしまった場合は、問 3.1～問 3.4, 問 3.5 (2), (4) を（余裕があれば残りの問題も）自分で確認し、p.18 の宿題 H3.1～H3.4 に取り組んでください。

問3.1

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{10}}=\dfrac{1}{3.162277660\cdots}=1\div 3.162277660\cdots$ の計算はしたくないだろう。
（仮に電卓を使ったとしても、小数点以下 9 位に誤差が入ってくる可能性がある。）
そこで $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$ を書き換えて、分母にあるルートをなくすことを考えよう。

$\dfrac{1}{\sqrt{a}}$ 倍の相似変換を 2 回繰り返すと $\dfrac{1}{a}$ 倍の相似変換になり、さらに続けて $\sqrt{a}$ 倍の相似変換をすれば、$\dfrac{1}{a}\times\sqrt{a}=\dfrac{\sqrt{a}}{a}$ 倍の相似変換をしたことになる。



$\dfrac{1}{\sqrt{a}}$ 倍の相似変換の逆の変換が $\sqrt{a}$ 倍の相似変換であることを考えると、結局、全体としては単なる $\dfrac{1}{\sqrt{a}}$ 倍の相似変換をしたことになる(上の図)。

したがって、$\dfrac{1}{\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{a}}{a}$ が成り立つことがわかる。これは，計算上は $\dfrac{1}{\sqrt{a}}$ の分母と分子に $\sqrt{a}$ をかけて、$\dfrac{1}{\sqrt{a}}=\dfrac{1}{\sqrt{a}}\times\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{a}}{a}$ とすることで確認できる。

さて、$\dfrac{1}{\sqrt{10}}=\dfrac{1}{\underbrace{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}_{(\sqrt{10})^2=10}}\times\sqrt{10}$

$$\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{1}{\sqrt{10}}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$$

（分母 $\underbrace{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}_{(\sqrt{10})^2=10}$）となることを利用すれば、

$$\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{3.162277660\cdots}{10}=\boxed{0.3162277660}\cdots$$

となり、（電卓も不要で）小数第 10 位まで正確に求まる。

(2) やはり、$\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{1.414213562\cdots}=1\div 1.414213562\cdots$ の計算はしたくないし、

小数第 9 位に誤差が入ってくる可能性がある。

(1)と同様にして $\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\underbrace{\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}_{(\sqrt{2})^2=2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ となることを利用すれば、

$$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1.414213562\cdots}{2}=0.707106781\cdots$$

となり、$\boxed{\text{小数第 9 位まで}}$は正確に求められる。

問3.2

(ア)

(1) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}=\underbrace{\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}\times\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}}_{(\sqrt{7})^2=7}=\boxed{\dfrac{\sqrt{42}}{7}}$

(2) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\underbrace{\dfrac{2}{\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}_{(\sqrt{5})^2=5}=\boxed{\dfrac{2\sqrt{5}}{5}}$

(3) $\sqrt{\dfrac{2}{5}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\underbrace{\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}_{(\sqrt{5})^2=5}=\boxed{\dfrac{\sqrt{10}}{5}}$

(4) $\dfrac{6}{\sqrt{2}}=\underbrace{\dfrac{6}{\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}_{(\sqrt{2})^2=2}=\dfrac{{}^{3}\cancel{6}\sqrt{2}}{{}_{1}\cancel{2}}=\boxed{3\sqrt{2}}$

(5) $\sqrt{\dfrac{1}{12}}=\dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{12}}=\underbrace{\dfrac{1}{2\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}}_{2\times(\sqrt{3})^2=2\times3=6}=\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{6}}$

(イ)

(1) $\dfrac{5}{\sqrt{6}}+\sqrt{\dfrac{2}{3}}-\dfrac{\sqrt{24}}{4}$

$$=\frac{5}{\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{2\sqrt{6}}{4}$$

$$=\frac{5\sqrt{6}}{6}+\frac{\sqrt{6}}{3}-\frac{{}^{1}\cancel{2}\sqrt{6}}{{}_{2}\cancel{4}}$$

$$=\frac{5\sqrt{6}+2\sqrt{6}-3\sqrt{6}}{6}$$

$$=\frac{(5+2-3)\sqrt{6}}{6}=\frac{{}^{2}\cancel{4}\sqrt{6}}{{}_{3}\cancel{6}}=\boxed{\frac{2\sqrt{6}}{3}}$$

(2) $\dfrac{3}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

$$=\frac{3}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$=\frac{3\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{6}-3\sqrt{2}}{3}$$

$$=\frac{9\sqrt{2}-2\left(\sqrt{6}-3\sqrt{2}\right)}{6}$$

$$=\frac{9\sqrt{2}-2\sqrt{6}+6\sqrt{2}}{6}$$

$$=\boxed{\frac{15\sqrt{2}-2\sqrt{6}}{6}}$$

問3.3

(1) $\sqrt{\frac{12}{5}}=\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\boxed{\frac{2\sqrt{15}}{5}}$

(2) $\sqrt{\frac{1}{27}}=\frac{1}{\sqrt{27}}=\frac{1}{3\sqrt{3}}=\frac{1}{3\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{9}}$

(3) $\frac{6}{\sqrt{8}}=\frac{6}{2\sqrt{2}}=\frac{{}^{3}\cancel{6}}{{}_{1}\cancel{2}\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\boxed{\frac{3\sqrt{2}}{2}}$

(4) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3\times 6}}{6}=\frac{{}^{1}\cancel{3}\sqrt{2}}{{}_{2}\cancel{6}}=\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

(別解) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{{}^{1}\cancel{3}}{{}_{2}\cancel{6}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

(5) $\frac{2}{\sqrt{6}}=\frac{2}{\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}=\frac{{}^{1}\cancel{2}\sqrt{6}}{{}_{3}\cancel{6}}=\boxed{\frac{\sqrt{6}}{3}}$

(6) $\frac{\sqrt{1200}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\frac{1200}{12}}=\sqrt{100}=\boxed{10}$

(7)
$$\begin{aligned}
\frac{2}{\sqrt{12}}+\sqrt{\frac{4}{3}}-\frac{\sqrt{32}}{8}&=\frac{{}^{1}\cancel{2}}{{}_{1}\cancel{2}\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}}-\frac{{}^{1}\cancel{4}\sqrt{2}}{{}_{2}\cancel{8}}\\
&=\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{2}}{2}\\
&=\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{2}}{2}\\
&=\boxed{\sqrt{3}-\frac{\sqrt{2}}{2}}
\end{aligned}$$

(8)
$$\begin{aligned}
\frac{3}{\sqrt{3}}-\frac{4\sqrt{2}-\sqrt{12}}{\sqrt{6}}&=\frac{3}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{4\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}\\
&=\frac{3\sqrt{3}}{3}-\frac{{}^{2}\cancel{4}\sqrt{2\times 6}-{}^{1}\cancel{2}\sqrt{3\times 6}}{{}_{3}\cancel{6}}\\
&=\frac{3\sqrt{3}-(2\times 2\sqrt{3}-3\sqrt{2})}{3}\\
&=\frac{3\sqrt{3}-4\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{3}\\
&=\boxed{-\frac{\sqrt{3}}{3}+\sqrt{2}}
\end{aligned}$$

問3.4

(1) $a = \boxed{2}$

(2) $b = \boxed{2}$

$500-(20+b)^2 = 100-(40+b)b = \boxed{16}$

(3) $c = \boxed{3}$

(4) その次の整数dは、

$$(2.23+0.001d)^2 \leqq 5 \cdots\cdots ①$$

をみたす最大の整数dである。①を書き換えていくと、

$$(2230+d)^2 \leqq 5000000,$$

$$4972900+4460d+d^2 \leqq 5000000,$$

$$\therefore (4460+d)d \leqq 27100 \cdots\cdots ②$$

となる。よって、②をみたす最大のdを求めればよく、それは$d = \boxed{6}$とわかる。

問3.5

(1) $\sqrt{3} = \boxed{1.732}\cdots$

	1. 7 3 2
1	$\sqrt{3}$
1	1
2 7	2 00
7	1 89
3 4 3	11 00
3	10 29
3 4 6 2	71 00
2	69 24
	1 76

(2) $\sqrt{11} = \boxed{3.316}\cdots$

	3. 3 1 6
3	$\sqrt{11}$
3	9
6 3	2 00
3	1 89
6 6 1	11 00
1	6 61
6 6 2 6	4 39 00
6	3 97 56
	41 44

(3) $\sqrt{691} = \boxed{26.286}\cdots$

	2 6. 2 8 6
2	$\sqrt{\ }$6 91
2	4
4 6	2 91
6	2 76
5 2 2	15 00
2	10 44
5 2 4 8	4 56 00
8	4 19 84
5 2 5 6 6	36 16 00
6	31 53 96
	4 62 04

(4) $\sqrt{\pi} = \boxed{1.772}\cdots$

	1. 7 7 2
1	$\sqrt{\ }$3. 14 15 92
1	1
2 7	2 14
7	1 89
3 4 7	25 15
7	24 29
3 5 4 2	86 92
2	70 84
	16 08

(5) 問 1.7 から分かるように、A0 用紙の長い辺を x [m] とすると、短い辺は $\dfrac{1}{\sqrt{2}}x$ [m] である。よって A0 用紙の面積は $\dfrac{x^2}{\sqrt{2}}$ [m^2] と表せる。これが 1 m^2 に等しいので、

$$\frac{x^2}{\sqrt{2}} = 1, \qquad x^2 = \sqrt{2}, \qquad \therefore x = \sqrt{\sqrt{2}}\ (>0)$$

開平法で計算してみると、

$$x = 1.189\cdots\ [\mathrm{m}]$$

	1. 1 8 9
1	$\sqrt{\ }$1. 41 42 13
1	1
2 1	41
1	21
2 2 8	20 42
8	18 24
2 3 6 9	2 18 13
9	2 13 21
	4 92

これより、A0 用紙の短い辺の長さは

$$\frac{1}{\sqrt{2}}x = \frac{\sqrt{2}}{2}x = 0.707\cdots \times 1.189\cdots \approx 0.840\cdots\ [\mathrm{m}]$$

A4 用紙は A0 用紙に対して、面積が

$\dfrac{1}{2^4} = \dfrac{1}{16}$ 倍だから、長さは $\sqrt{\dfrac{1}{16}} = \dfrac{1}{4}$ 倍である。

したがって、A4 用紙の短い辺は約 $\dfrac{0.840\cdots}{4} = 0.210\cdots$ [m]、

長い辺は $\dfrac{1.189\cdots}{4} = 0.297\cdots$ [m] となる。以上まとめると、

A4 用紙の $\boxed{\text{短い辺は約}\,21.0\,\mathrm{cm}\ ,\ \text{長い辺は約}\,29.7\,\mathrm{cm}}$ である。