

中2数学B 2019年度 夏期講習前期 本問解答

§5 接する二円

※ 欠席してしまった場合は、問5.1, 問5.2を自分で確認してください。

問5.1

[仮定]

O_1 と O_2 は T で外接する……………①

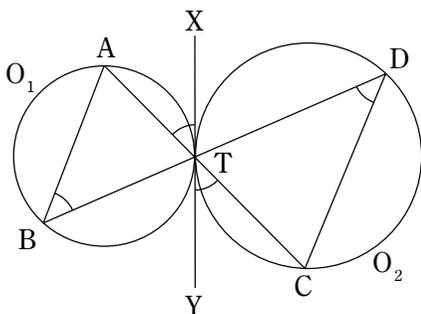
[結論]

$AB \parallel CD$

[証明]

①より、 T において O_1 , O_2 の両方に接する共通接線が引けるので、これを図のように XY とする。

XY は T における O_1 , O_2 の接線……………②



円 O_1 において、②より

$\angle ABT = \angle ATX$ (接弦定理) ……………③

$\angle ATX = \angle CTY$ (対頂角) ……………④

円 O_2 において、②より

$\angle CTY = \angle CDT$ (接弦定理) ……………⑤

③,④,⑤より

$\angle ABT = \angle CDT$ ……………⑥

⑥より、

$AB \parallel CD$ (錯角定理)

(q.e.d.)

問5.2

(1)

[仮定]

O_1 と O_2 は T で内接する……………①

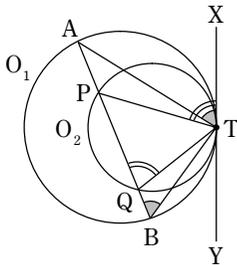
[結論]

$\angle ATP = \angle BTQ$

[証明]

①より、 T において O_1, O_2 の両方に接する共通接線が引けるので、これを図のように XY とする。

XY は T における O_1, O_2 の接線……………②



円 O_1 において、②より

$\angle ATX = \angle ABT$ (接弦定理) ……………③

円 O_2 において、②より

$\angle PTX = \angle PQT$ (接弦定理) ……………④

④-③より

$\angle PTX - \angle ATX = \angle PQT - \angle ABT$

$\therefore \angle ATP = \angle PQT - \angle ABT$ ……………⑤

一方、 $\triangle BQT$ において、

$\angle BTQ = \angle PQT - \angle ABT$ ……………⑥

(外角定理)

⑤,⑥より

$\angle ATP = \angle BTQ$

(q.e.d.)

(2)

[仮定]

O_1 と O_2 は T で内接する……………①

AB は O_2 に S で接する……………②

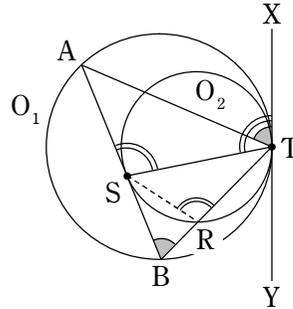
[結論]

$\angle ATS = \angle BTS$

[証明]

①より、 T において O_1, O_2 の両方に接する共通接線が引けるので、これを図のように XY とする。

XY は T における O_1, O_2 の接線……………③



円 O_1 において、③より

$\angle ATX = \angle ABT$ (接弦定理) ……………④

BT と O_2 の交点のうち、 T でない方を R とする。

円 O_2 において、③より

$\angle STX = \angle SRT$ (接弦定理) ……………⑤

②より

$\angle SRT = \angle AST$ (接弦定理) ……………⑥

⑤,⑥より

$\angle STX = \angle AST$ ……………⑦

⑦-④より

$\angle STX - \angle ATX = \angle AST - \angle ABT$

$\therefore \angle ATS = \angle AST - \angle ABT$ ……………⑧

一方、 $\triangle BST$ において、

$\angle BTS = \angle AST - \angle ABT$ ……………⑨

(外角定理)

⑧,⑨より

$\angle ATS = \angle BTS$

(q.e.d.)