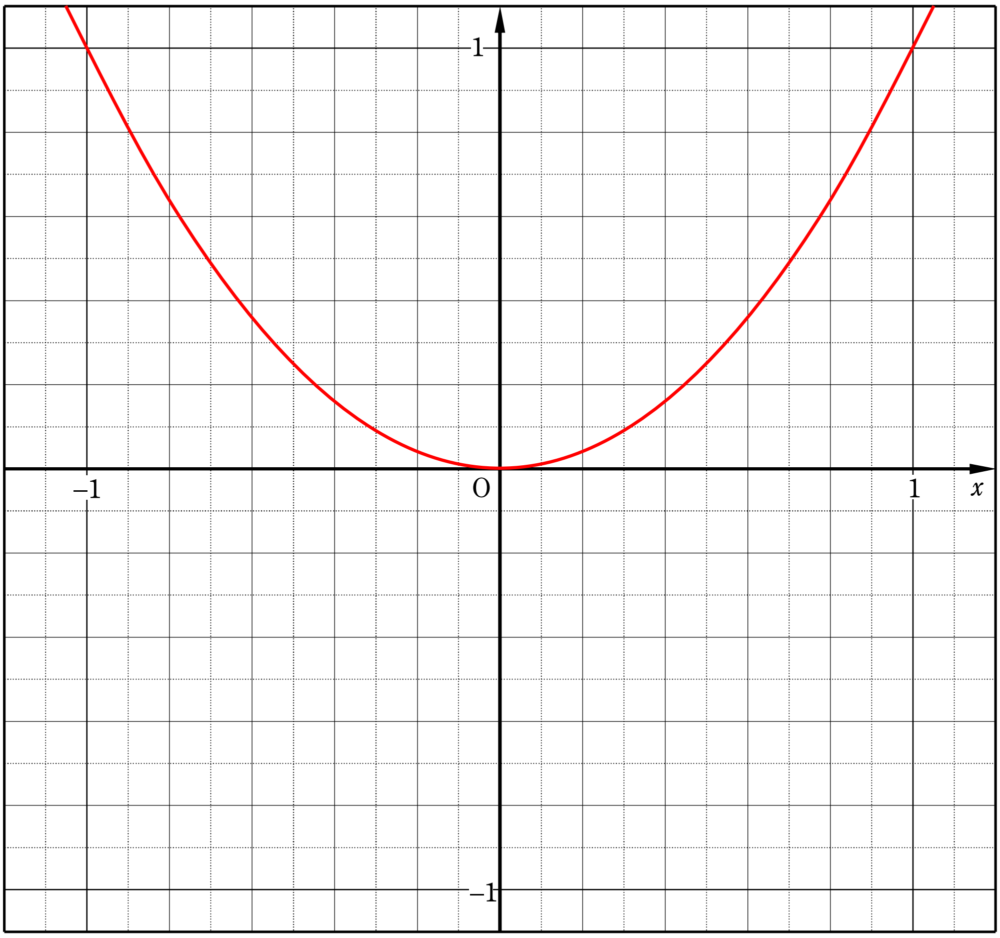
中2数学B　2019年度　夏期講習後期　本問解答
§1　2次関数 $y=ax^2$

※ 欠席してしまった場合は、問 1.1～問 1.6 を（余裕があれば問 1.7 も）自分で確認し、p. 16，p. 17 の宿題 H1. 1～H1. 4 に取り組んで提出してください。

問1.1

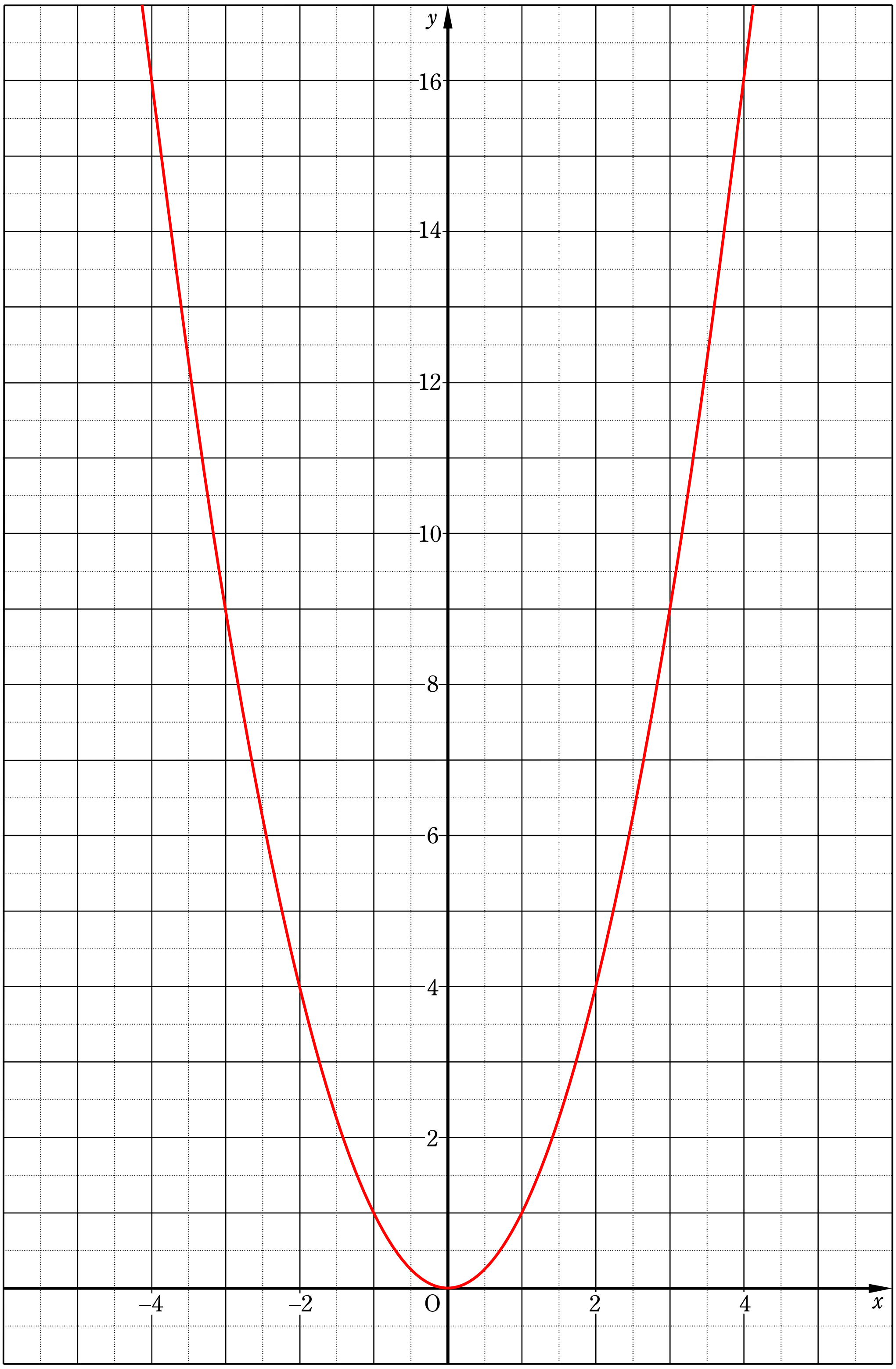
(1)

x	x^2
−1.0	1.0
−0.9	0.81
−0.8	0.64
−0.7	0.49
−0.6	0.36
−0.5	0.25
−0.4	0.16
−0.3	0.09
−0.2	0.04
−0.1	0.01
0	0
0.1	0.01
0.2	0.04
0.3	0.09
0.4	0.16
0.5	0.25
0.6	0.36
0.7	0.49
0.8	0.64
0.9	0.81
1.0	1.0

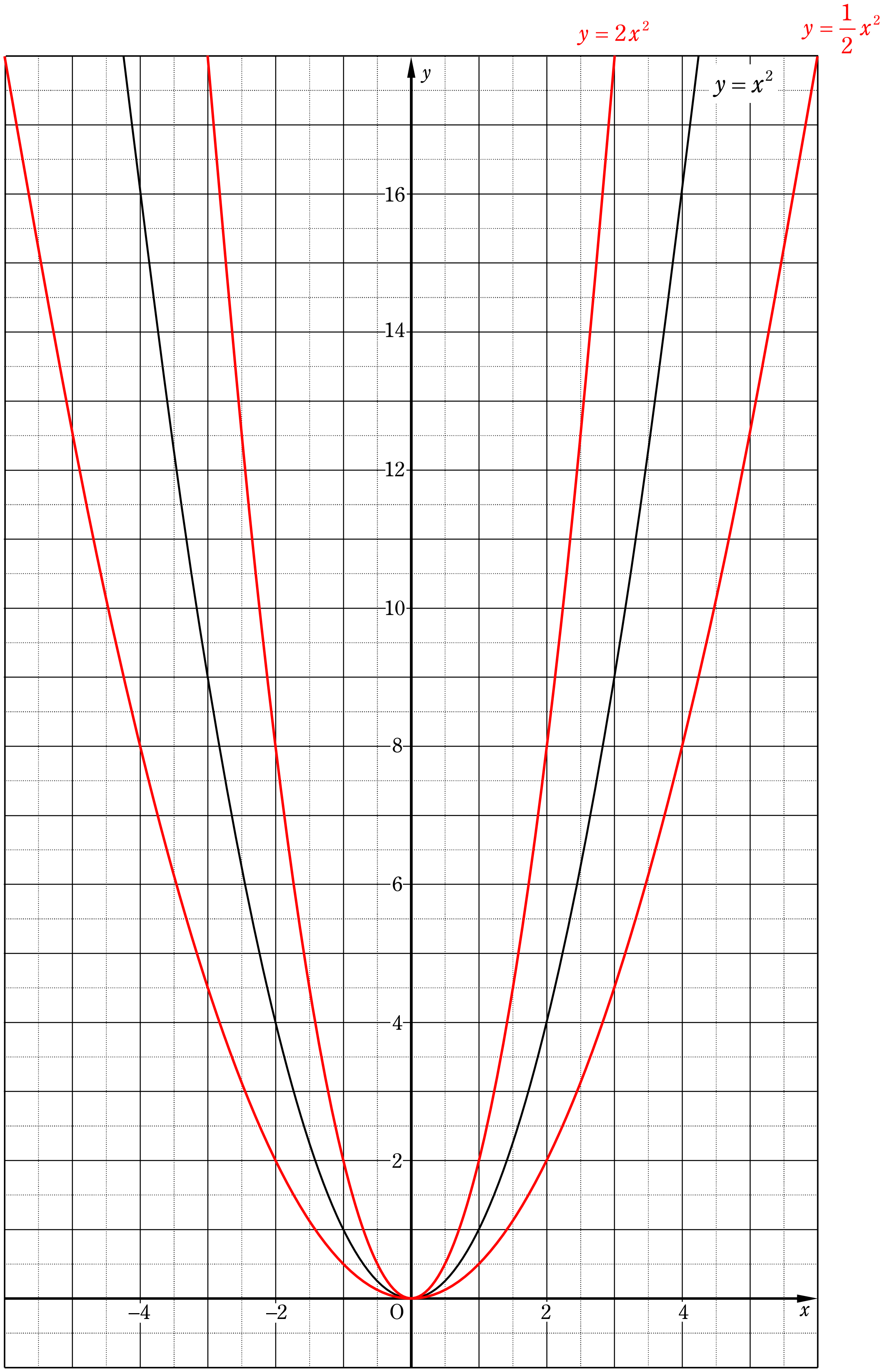


(2)

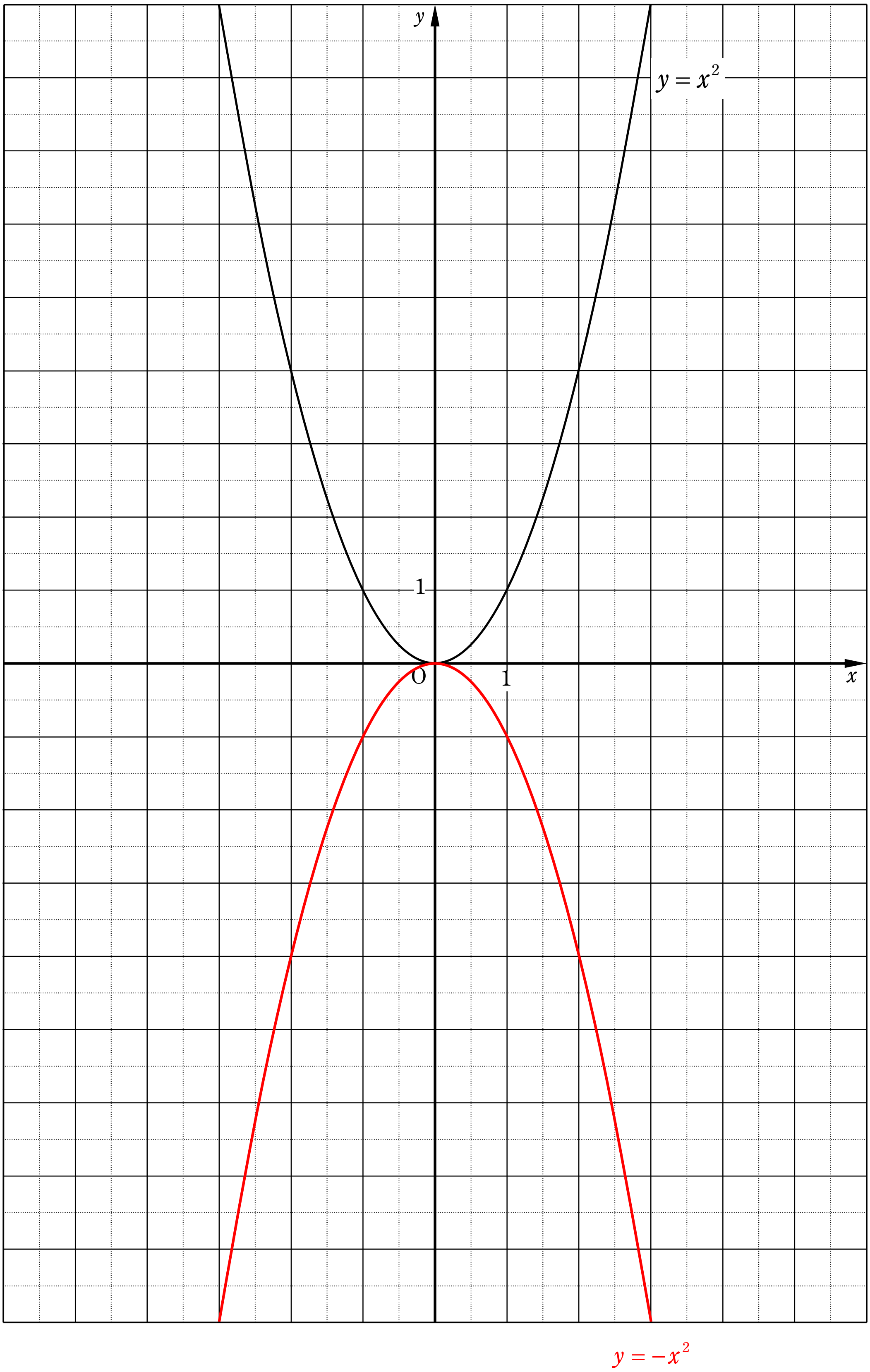
x	x^2
–4	16
–3.5	12.25
–3	9
–2.5	6.25
–2	4
–1.5	2.25
–1	1
–0.5	0.25
0	0
0.5	0.25
1	1
1.5	2.25
2	4
2.5	6.25
3	9
3.5	12.25
4	16



問1.2

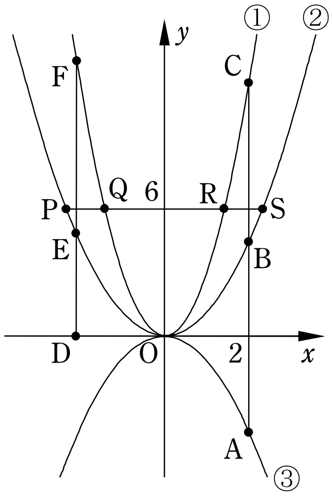


問1.3



問1.4

(イ) $y=-x^2$　　(ロ) $y=x^2$　　(ハ) $y=3x^2$



(1) ①, ②は下に凸なので、係数が正である(ロ), (ハ)のいずれかのグラフになっている。(ハ)のグラフは、(ロ)のグラフを、y 軸方向に 3 倍に拡大したものになっていることから、①が(ハ)のグラフであり、②が(ロ)のグラフであることが分かる。
また、③は上に凸なので、係数が負である(イ)のグラフと分かる。
以上より、

$\boxed{①:(ハ)\ ②:(ロ)\ ③:(イ)}$

(2) A, B, C は、それぞれ③, ②, ①上の、x 座標が 2 となる点である。よって、(イ), (ロ), (ハ)より、y 座標はそれぞれ

A： $y=-2^2=-4$

B： $y=2^2=4$

C： $y=3\times 2^2=3\times 4=12$

なので、A, B, C の座標は

$\boxed{A(2,-4), B(2,4), C(2,12)}$

P, S は、②上の、y 座標が 6 となる点である。
(ロ)より、②上で y 座標が 6 となる点の x 座標は、

$6=x^2$　$\therefore x=\sqrt{6}, -\sqrt{6}$

なので、P の方が左側であることに注意して、P, S の座標は

$\boxed{P\left(-\sqrt{6},6\right), S\left(\sqrt{6},6\right)}$

Q, R は、①上の、y 座標が 6 となる点である。
(ハ)より、①上で y 座標が 6 となる点の x 座標は、

$6=3x^2$　　$x^2=2$

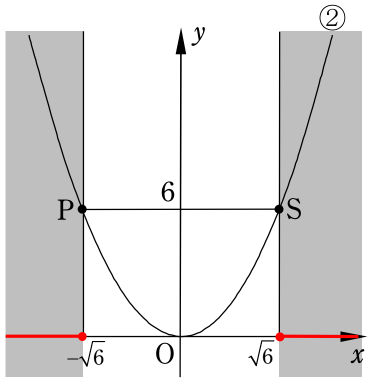
$\therefore x=\sqrt{2}, -\sqrt{2}$

なので、Q の方が左側であることに注意して、Q, R の座標は

$\boxed{Q\left(-\sqrt{2},6\right), R\left(\sqrt{2},6\right)}$

（同じ y 座標をもつ点は、y 軸に関して対称に出てきていることを意識しよう！）

(3)



②のグラフで y 座標が 6 以上であるような点の x 座標の範囲は、図より、

$\boxed{x \leqq -\sqrt{6},\quad \sqrt{6} \leqq x}$

である。

(4) (1)でも述べたように、(ハ)のグラフは、(ロ)のグラフを、y 軸方向に 3 倍に拡大したものになっていることから、$\mathrm{DE}:\mathrm{DF}=\boxed{1:3}$

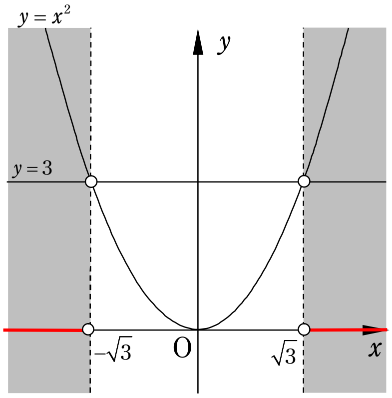
問1.5

(1) $x^2 > 3 \cdots\cdots①$ をみたす x の範囲は、$y = x^2$ のグラフ上で y 座標が 3 より大きくなるような x の範囲である。 $y = x^2$ のグラフ上で y 座標がちょうど 3 となる点の x 座標は、$x^2 = 3$ の実数解であり、これを解くと、

$$x = \pm\sqrt{3}$$

である。したがって、図より、①をみたす x の範囲（不等式①の解）は、

$\boxed{x < -\sqrt{3},\quad \sqrt{3} < x}$

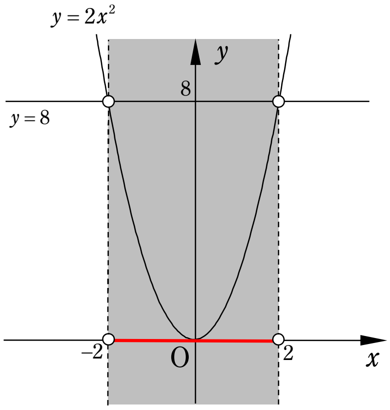


(2) $2x^2 < 8 \cdots\cdots①$ の解は、$y = 2x^2$ のグラフ上で y 座標が 8 より小さくなるような x の範囲である。$y = 2x^2$ のグラフ上で y 座標がちょうど 8 となる点の x 座標は、$2x^2 = 8$ の実数解であり、これを解くと、

$$x^2 = 4, \qquad \therefore\ x = \pm 2$$

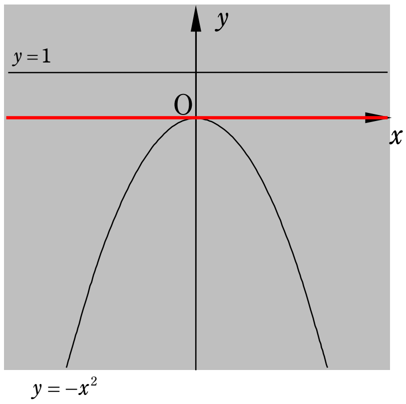
である。したがって、図より、不等式①の解は、

$\boxed{-2 < x < 2}$



(3) $-x^2 < 1 \cdots\cdots①$ の解は、$y = -x^2$ のグラフ上で y 座標が 1 より小さくなるような x の範囲である。$y = -x^2$ のグラフ上の点はすべて y 座標が 0 以下であるから、不等式①の解は、

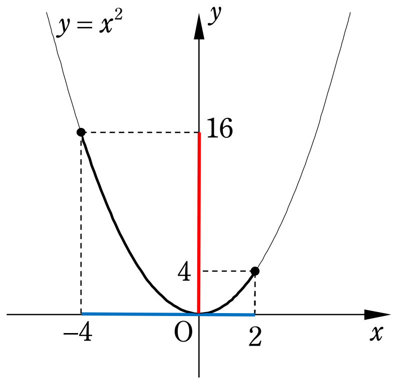
$\boxed{\text{すべての実数}}$



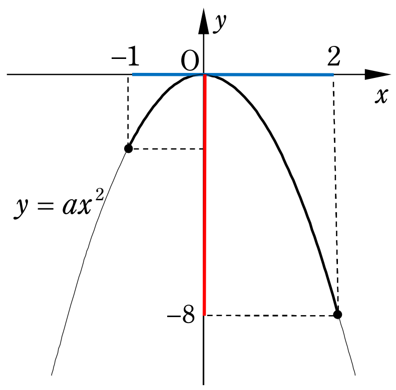
問1.6

(1) $y=x^2$ のグラフ上の点について、x 座標の範囲が $-4 \leqq x \leqq 2$ のとき、y 座標の範囲は、

$\boxed{0 \leqq y \leqq 16}$



(2) $y=ax^2$（$-1 \leqq x \leqq 2$）の値域が $-8 \leqq y \leqq 0$ ということは、グラフが下図のようになっているということである。



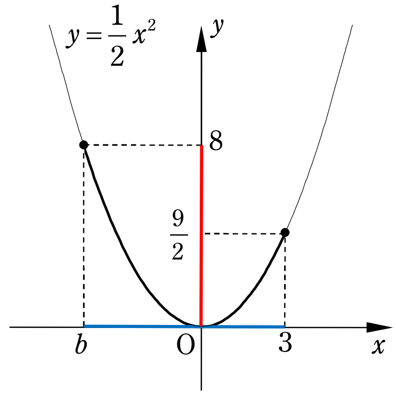
したがって、$x=2$ のとき $y=-8$ となるので、

$-8=a\times 2^2 \qquad \therefore \boxed{a=-2}$

(3) $y=\dfrac{1}{2}x^2$ について、$x=3$ のとき、

$y=\dfrac{1}{2}\times 3^2=\dfrac{9}{2}<8$

である。よって、$b \leqq x \leqq 3$ のときの値域が $0 \leqq y \leqq 8$ ということは、グラフが次の図のようになっているということである。



したがって、$b<0$ であり、$x=b$ のとき $y=8$ となるので、

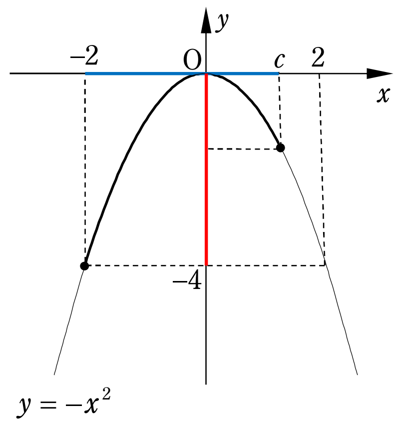
$8=\dfrac{1}{2}\times b^2 \qquad \therefore b^2=16$

$b<0$ より、$\boxed{b=-4}$

(4) $y=-x^2$ について、$x=-2$ のとき、

$y=-(-2)^2=-4$

である。よって、$-2 \leqq x \leqq c$ のときの値域が $-4 \leqq y \leqq 0$ となるのは、グラフが下図のようなときである。



このようになる c の範囲は、$\boxed{0 \leqq c \leqq 2}$ である。

問1.7

(1) $x^2=2.5$ なので、右ページの $y=x^2$ のグラフ上で $y=2.5$ の点の x 座標を読み取ると、 およそ $\boxed{1.58\text{ と }-1.58}$

(2) $$\sqrt{2.5}=\sqrt{\frac{10}{4}}=\frac{\sqrt{10}}{2}=\frac{3.162\cdots}{2}=\boxed{1.58}\cdots$$
となり、(1)の値が小数第2位まで正確であることがわかる。

(3) 方程式 $x^2=\frac{1}{2}x+1$ の実数解は、 $y=x^2$ と $y=\frac{1}{2}x+1$ のグラフの交点の x 座標である。
右ページの図からそれを読み取ると、およそ $\boxed{1.28\text{ と }-0.78}$

(4) 平方完成を利用して $x^2=\frac{1}{2}x+1$ を解くと、次のようになる。

$$x^2-\frac{1}{2}x=1 \qquad \left(x-\frac{1}{4}\right)^2=1+\frac{1}{16}=\frac{17}{16}$$

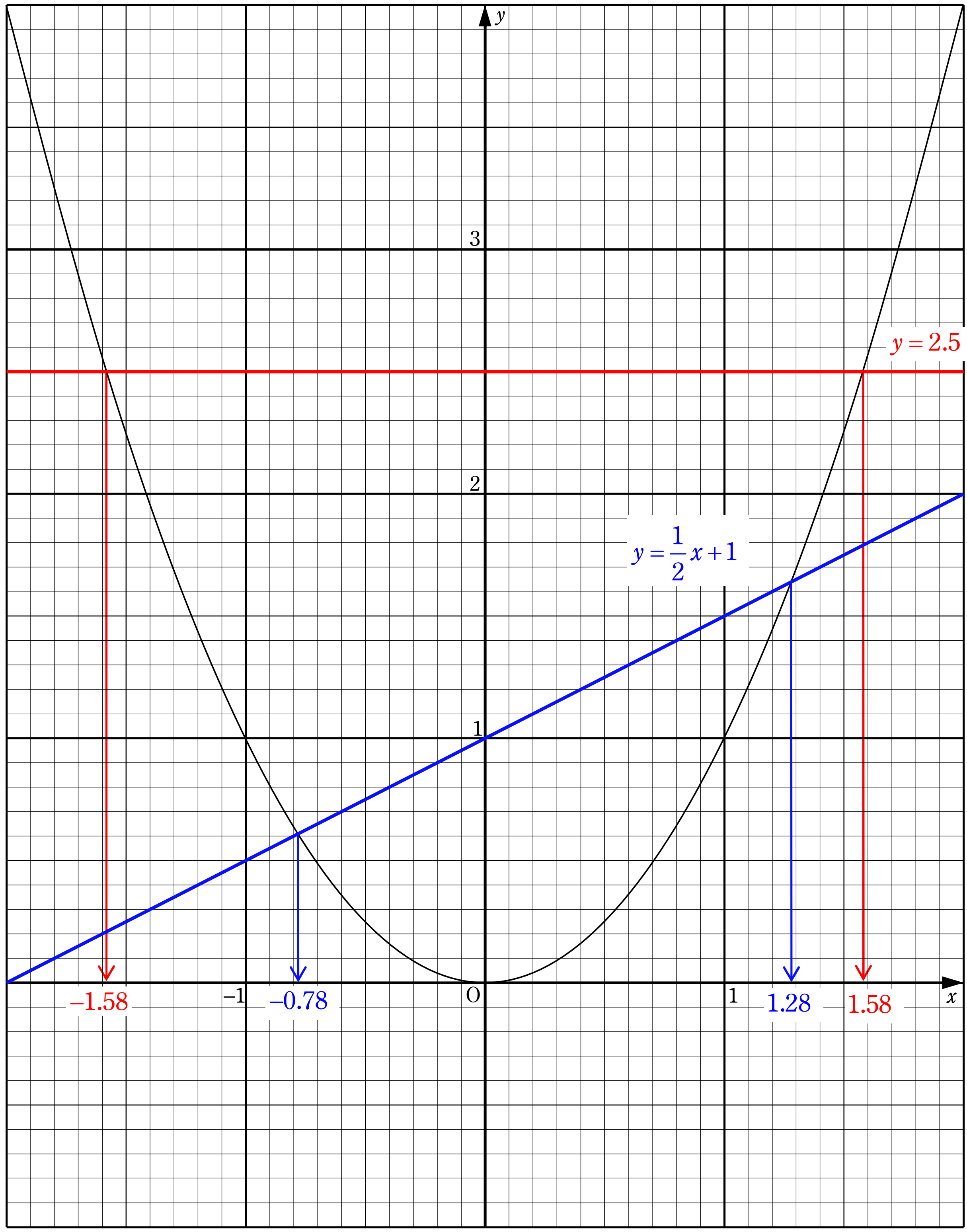
$$x-\frac{1}{4}=\pm\frac{\sqrt{17}}{4} \qquad \therefore x=\frac{1}{4}\pm\frac{\sqrt{17}}{4}$$

$\sqrt{17}=4.123\cdots$ なので、

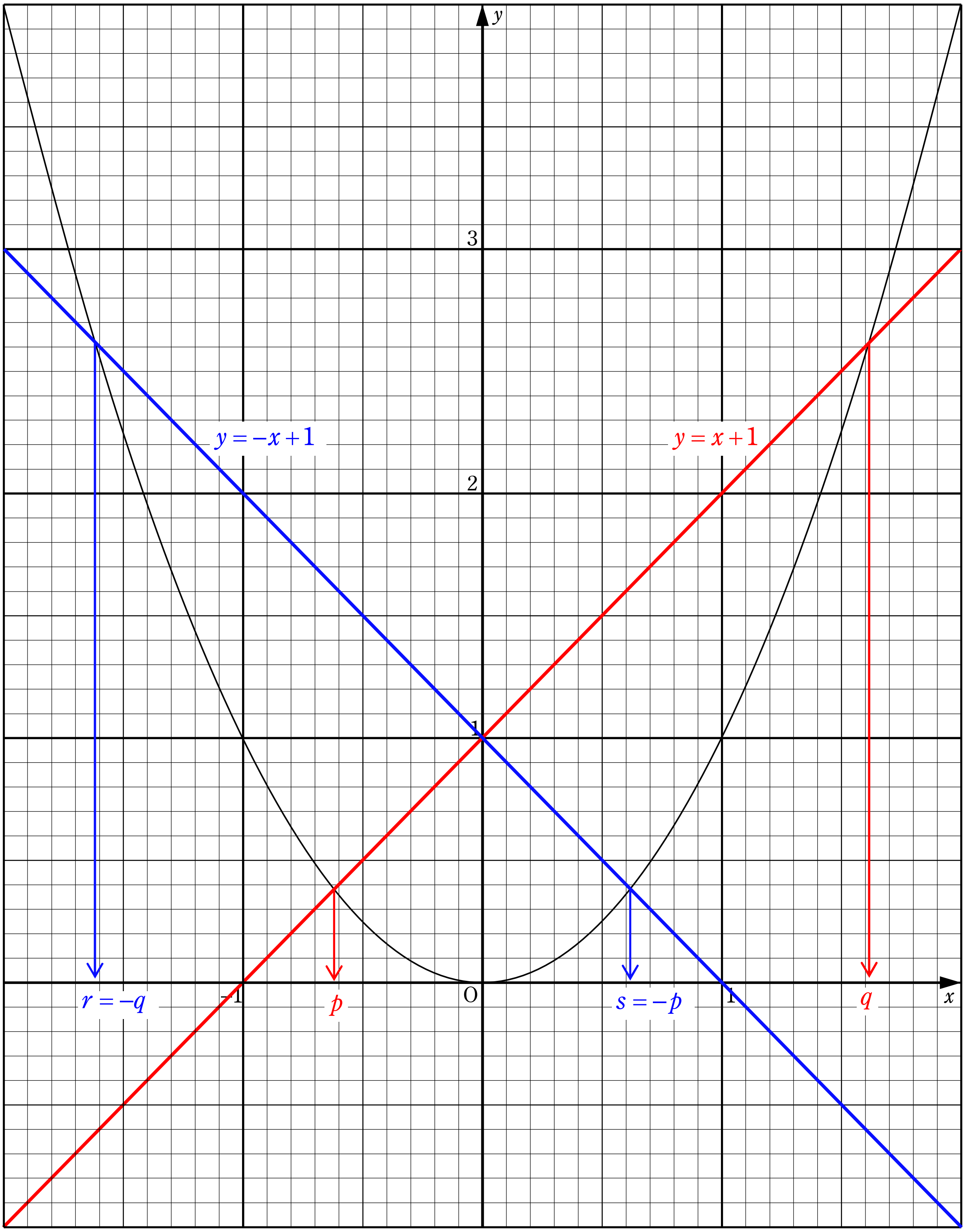
$$x=\frac{1\pm4.123\cdots}{4}=\frac{5.123}{4},\ \frac{-3.123\cdots}{4}=\boxed{1.28}\cdots,\ \boxed{-0.78}\cdots$$

となり、(3)の値が小数第2位まで正確であることがわかる。

(5) $x^2-x-1=0$ すなわち $x^2=x+1$ の実数解は、$y=x^2$ と $y=x+1$ のグラフの交点の x 座標である。
$x^2+x-1=0$ すなわち $x^2=-x+1$ の実数解は、 $y=x^2$ と $y=-x+1$ のグラフの交点の x 座標である。 2直線 $y=x+1$, $y=-x+1$ が y 軸に関して対称であることから、放物線 $y=x^2$ との交点も y 軸に関して対称であることが分かる。したがって、 $\boxed{r=-q,\ s=-p}$ である。



y
3
y = 2.5
2
$y=\frac{1}{2}x+1$
1
−1.58
−1
−0.78
O
1
1.28
1.58
x


y
3
2
1
O
-1
1
x
y = -x + 1
y = x + 1
r = -q
p
s = -p
q