

中2数学C 2019年度 夏期講習後期 本問解答

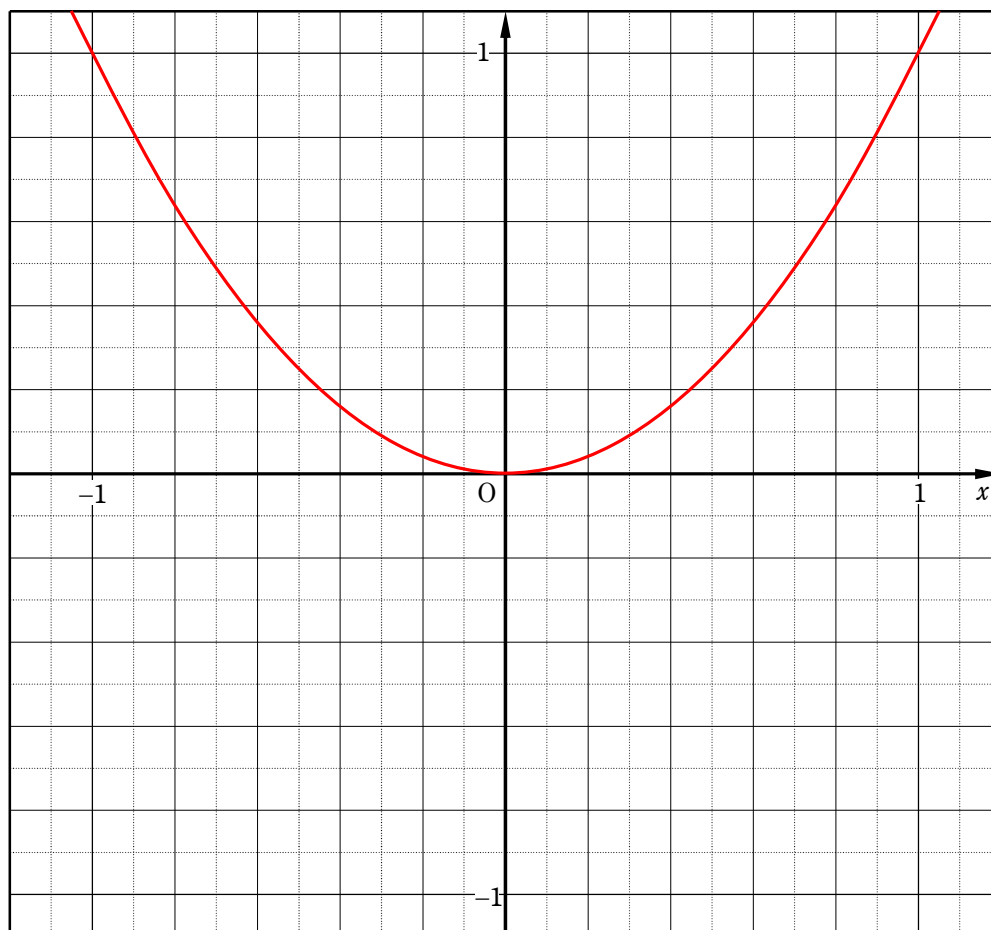
§1 2次関数 $y = ax^2$

※ 欠席してしまった場合は、問 1.1～問 1.6 を（余裕があれば問 1.7 も）自分で確認し、p. 15 の宿題 H1.1～H1.3 に取り組んで提出してください。

問1.1

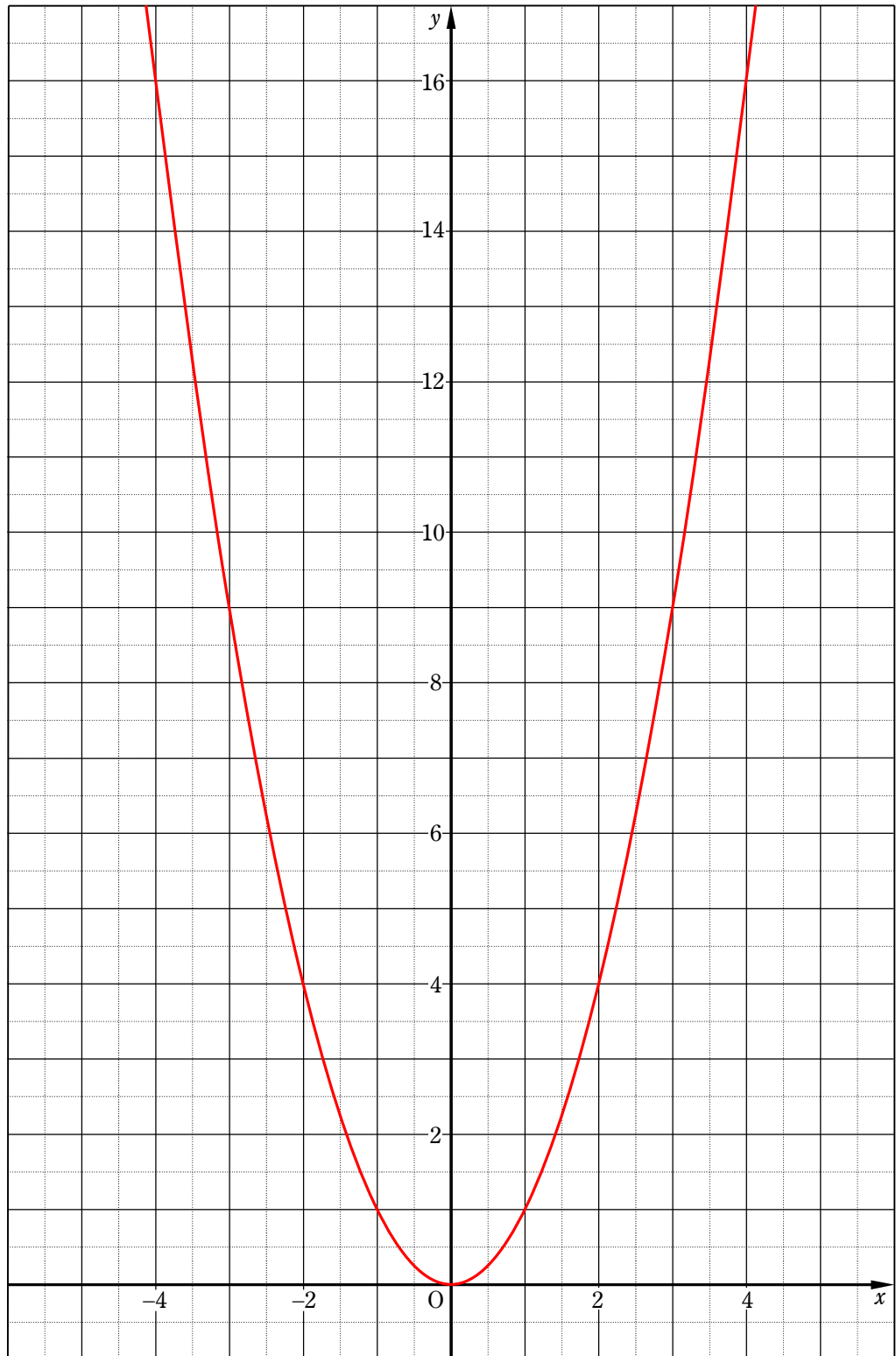
(1)

x	x^2
-1.0	1.0
-0.9	0.81
-0.8	0.64
-0.7	0.49
-0.6	0.36
-0.5	0.25
-0.4	0.16
-0.3	0.09
-0.2	0.04
-0.1	0.01
0	0
0.1	0.01
0.2	0.04
0.3	0.09
0.4	0.16
0.5	0.25
0.6	0.36
0.7	0.49
0.8	0.64
0.9	0.81
1.0	1.0

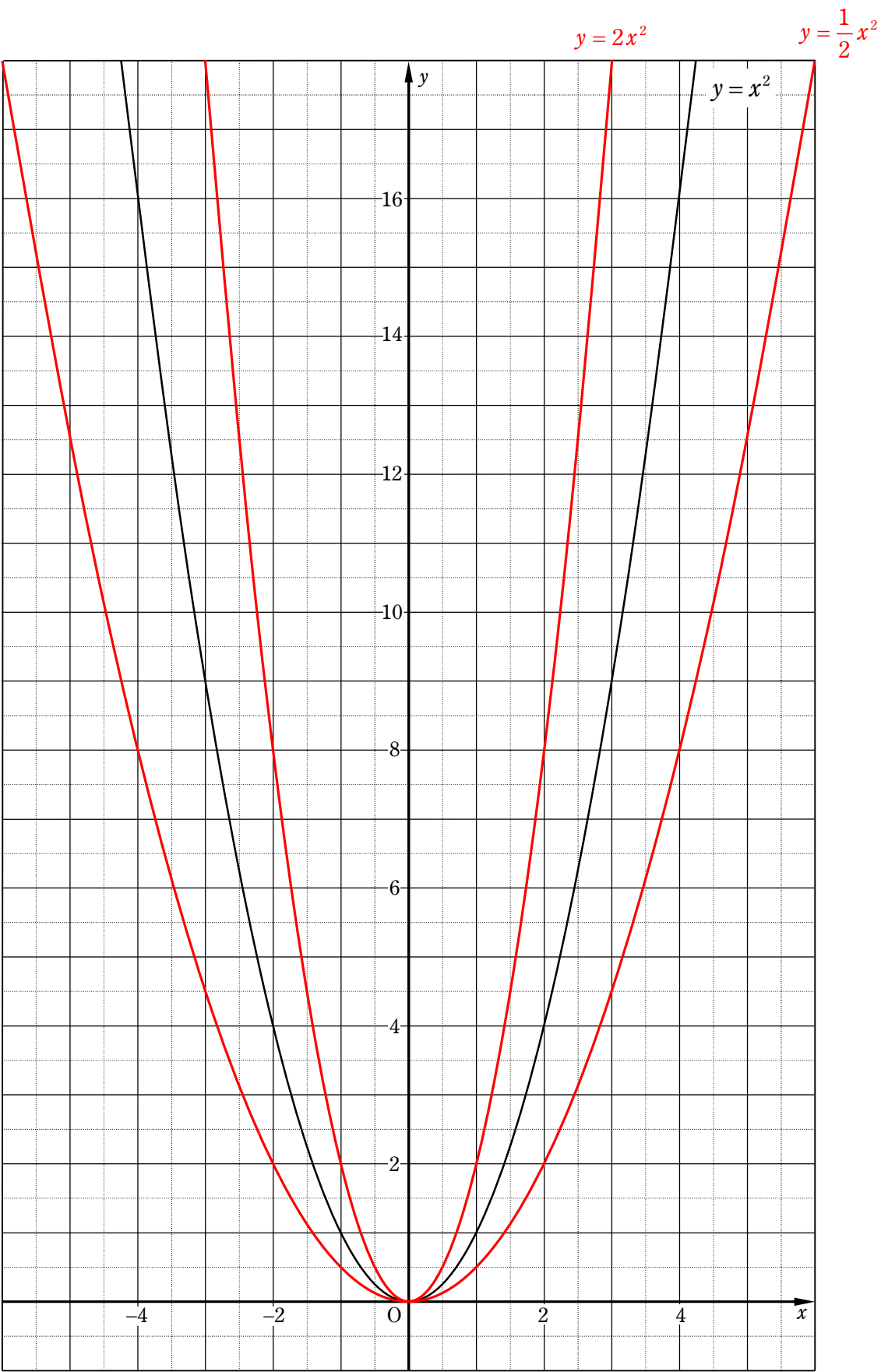


(2)

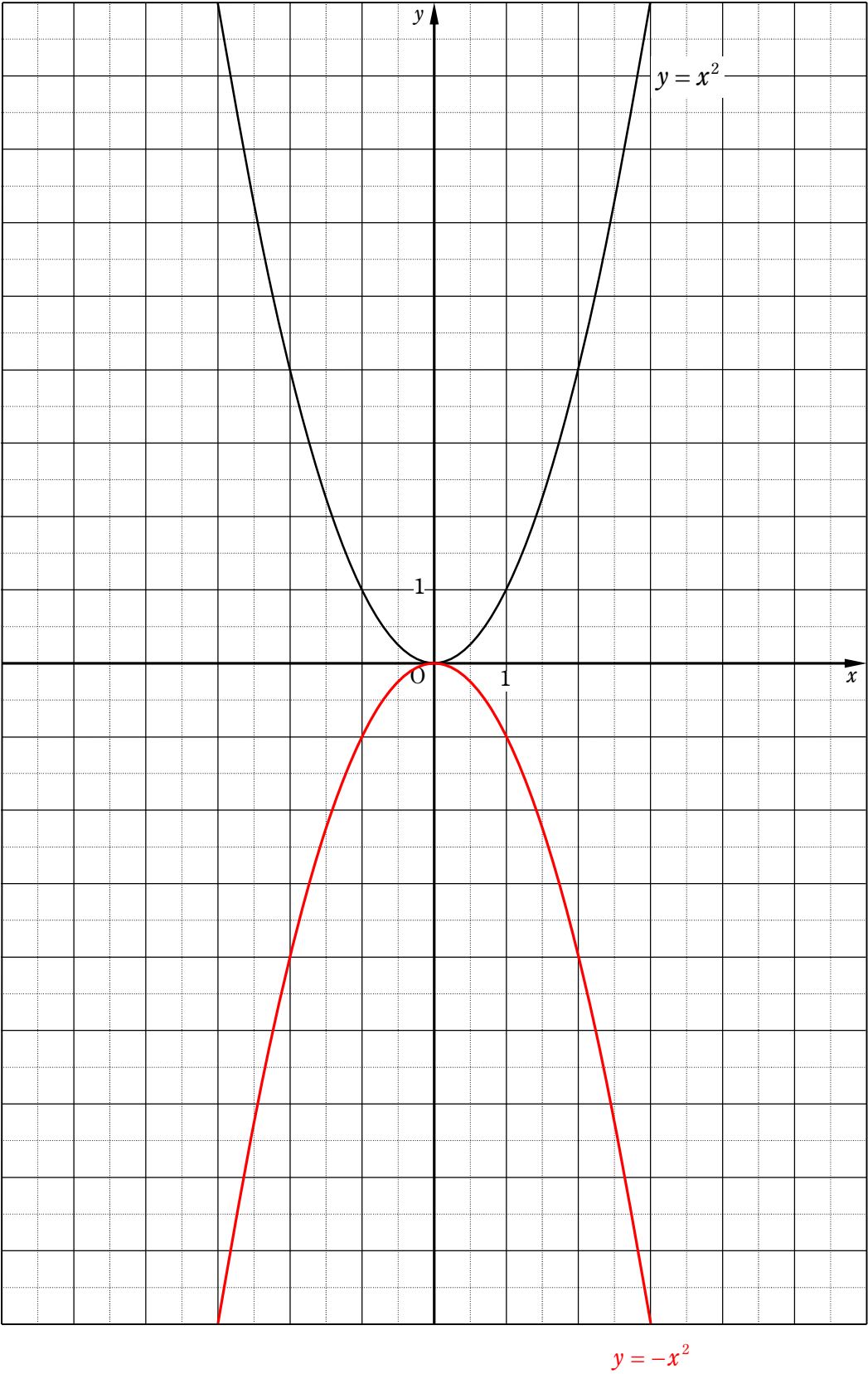
x	x^2
-4	16
-3.5	12.25
-3	9
-2.5	6.25
-2	4
-1.5	2.25
-1	1
-0.5	0.25
0	0
0.5	0.25
1	1
1.5	2.25
2	4
2.5	6.25
3	9
3.5	12.25
4	16



問1.2

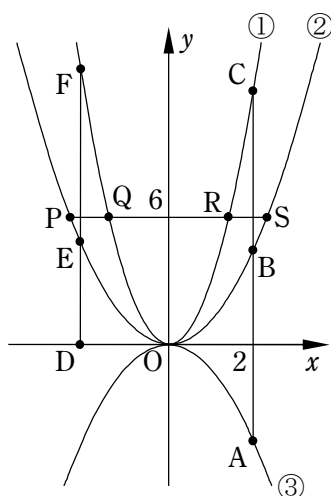


問1.3



問1.4

(イ) $y = -x^2$ (ロ) $y = x^2$ (ハ) $y = 3x^2$



- (1) ①, ②は下に凸なので、係数が正である(ロ), (ハ)のいずれかのグラフになっている。(ハ)のグラフは、(ロ)のグラフを、 y 軸方向に3倍に拡大したものになっていることから、①が(ハ)のグラフであり、②が(ロ)のグラフであることが分かる。

また、③は上に凸なので、係数が負である(イ)のグラフと分かる。

以上より、

$$\boxed{\text{①: (ハ) ②: (ロ) ③: (イ)}}$$

- (2) A, B, C は、それぞれ③, ②, ①上の、 x 座標が2となる点である。よって、(イ), (ロ), (ハ)より、 y 座標はそれぞれ

$$A: y = -2^2 = -4$$

$$B: y = 2^2 = 4$$

$$C: y = 3 \times 2^2 = 3 \times 4 = 12$$

なので、A, B, C の座標は

$$\boxed{A(2, -4), B(2, 4), C(2, 12)}$$

P, S は、②上の、 y 座標が6となる点である。

(ロ)より、②上で y 座標が6となる点の x 座標は、

$$6 = x^2 \quad \therefore x = \sqrt{6}, -\sqrt{6}$$

なので、Pの方が左側であることに注意して、P, Sの座標は

$$\boxed{P(-\sqrt{6}, 6), S(\sqrt{6}, 6)}$$

Q, Rは、①上の、 y 座標が6となる点である。

(ハ)より、①上で y 座標が6となる点の x 座標は、

$$6 = 3x^2 \quad x^2 = 2$$

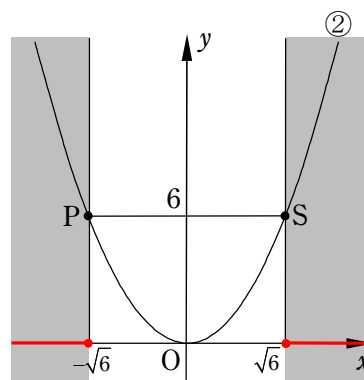
$$\therefore x = \sqrt{2}, -\sqrt{2}$$

なので、Qの方が左側であることに注意して、Q, Rの座標は

$$\boxed{Q(-\sqrt{2}, 6), R(\sqrt{2}, 6)}$$

(同じ y 座標をもつ点は、 y 軸に関して対称に出てきていることを意識しよう！)

(3)



②のグラフで y 座標が6以上であるような点の x 座標の範囲は、図より、

$$\boxed{x \leq -\sqrt{6}, \sqrt{6} \leq x}$$

である。

- (4) (1)でも述べたように、(ハ)のグラフは、(ロ)のグラフを、 y 軸方向に3倍に拡大したものになっていることから、 $DE:DF = \boxed{1:3}$

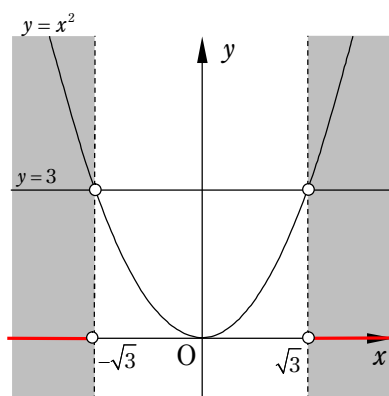
問1.5

- (1) $x^2 > 3 \cdots \cdots \textcircled{1}$ をみたす x の範囲は、 $y = x^2$ のグラフ上で y 座標が 3 より大きくなるような x の範囲である。 $y = x^2$ のグラフ上で y 座標がちょうど 3 となる点の x 座標は、 $x^2 = 3$ の実数解であり、これを解くと、

$$x = \pm\sqrt{3}$$

である。したがって、図より、 $\textcircled{1}$ をみたす x の範囲（不等式 $\textcircled{1}$ の解）は、

$$x < -\sqrt{3}, \sqrt{3} < x$$

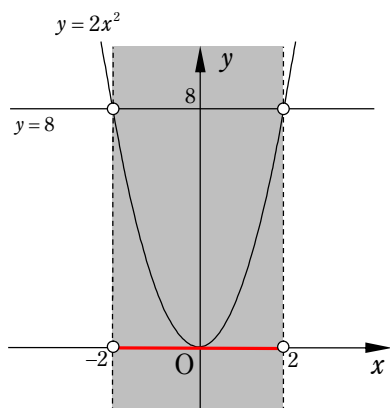


- (2) $2x^2 < 8 \cdots \cdots \textcircled{1}$ の解は、 $y = 2x^2$ のグラフ上で y 座標が 8 より小さくなるような x の範囲である。 $y = 2x^2$ のグラフ上で y 座標がちょうど 8 となる点の x 座標は、 $2x^2 = 8$ の実数解であり、これを解くと、

$$x^2 = 4, \quad \therefore x = \pm 2$$

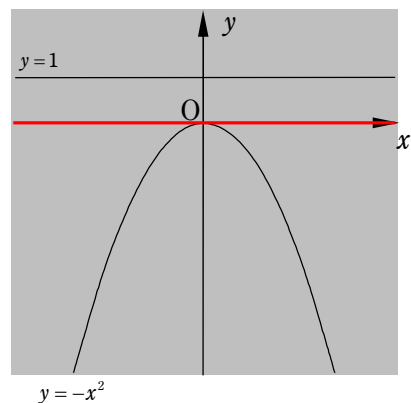
である。したがって、図より、不等式 $\textcircled{1}$ の解は、

$$-2 < x < 2$$



- (3) $-x^2 < 1 \cdots \cdots \textcircled{1}$ の解は、 $y = -x^2$ のグラフ上で y 座標が 1 より小さくなるような x の範囲である。 $y = -x^2$ のグラフ上の点はすべて y 座標が 0 以下であるから、不等式 $\textcircled{1}$ の解は、

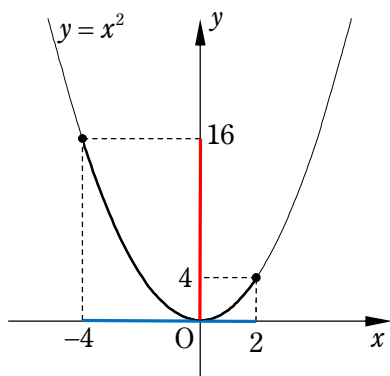
すべての実数



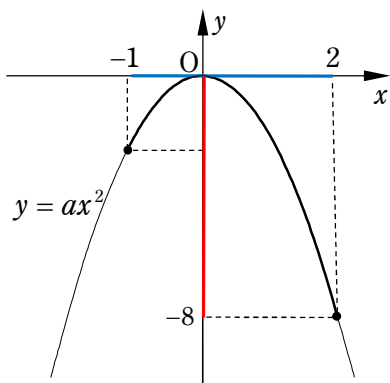
問1.6

- (1) $y = x^2$ のグラフ上の点について、 x 座標の範囲が $-4 \leq x \leq 2$ のとき、 y 座標の範囲は、

$$0 \leq y \leq 16$$



- (2) $y = ax^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) の値域が $-8 \leq y \leq 0$ ということは、グラフが下図のようになっているということである。



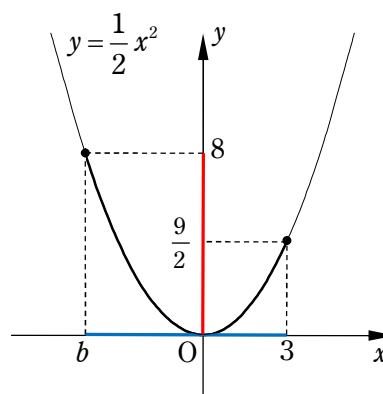
したがって、 $x = 2$ のとき $y = -8$ となるので、

$$-8 = a \times 2^2 \quad \therefore a = -2$$

- (3) $y = \frac{1}{2}x^2$ について、 $x = 3$ のとき、

$$y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2} < 8$$

である。よって、 $b \leq x \leq 3$ のときの値域が $0 \leq y \leq 8$ ということは、グラフが次の図のようになっているということである。



したがって、 $b < 0$ であり、 $x = b$ のとき $y = 8$ となるので、

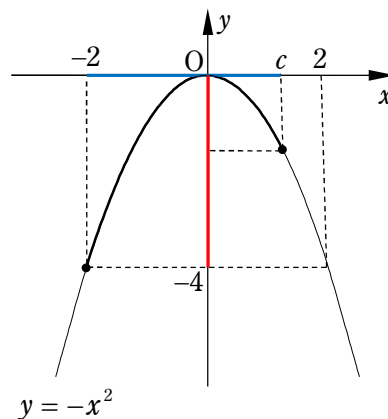
$$8 = \frac{1}{2} \times b^2 \quad \therefore b^2 = 16$$

$b < 0$ より、 $b = -4$

- (4) $y = -x^2$ について、 $x = -2$ のとき、

$$y = -(-2)^2 = -4$$

である。よって、 $-2 \leq x \leq c$ のときの値域が $-4 \leq y \leq 0$ となるのは、グラフが下図のようなときである。



このようになる c の範囲は、 $0 \leq c \leq 2$ である。

問1.7

- (1) $2x^2 = 5$ より、 $x^2 = \frac{5}{2} = 2.5$ なので、右ページの $y = x^2$ のグラフ上で $y = 2.5$ の点の x 座標を読み取ると、およそ $\boxed{1.58}$ と $\boxed{-1.58}$

(2) $\sqrt{2.5} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{3.162\cdots}{2} = \boxed{1.58}\cdots$

となり、(1)の値が小数第2位まで正確であることがわかる。

- (3) $2x^2 - x - 2 = 0$ の方程式を移項して整理すると、

$$2x^2 = x + 2 \quad \text{すなわち} \quad x^2 = \frac{1}{2}x + 1$$

となる。この方程式の実数解は、 $y = x^2$ と $y = \frac{1}{2}x + 1$ のグラフの交点の x 座標である。

右ページの図からそれを読み取ると、およそ $\boxed{1.28}$ と $\boxed{-0.78}$

- (4) 平方完成を利用して $2x^2 - x - 2 = 0$ を解くと、次のようになる。

$$x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0 \quad x^2 - \frac{1}{2}x = 1 \quad \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = 1 + \frac{1}{16} = \frac{17}{16}$$

$$x - \frac{1}{4} = \pm \frac{\sqrt{17}}{4} \quad \therefore x = \frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{17}}{4}$$

$\sqrt{17} = 4.123\cdots$ なので、

$$x = \frac{1 \pm 4.123\cdots}{4} = \frac{5.123\cdots}{4}, \frac{-3.123\cdots}{4} = \boxed{1.28}\cdots, \boxed{-0.78}\cdots$$

となり、(3)の値が小数第2位まで正確であることがわかる。

- (5) $x^2 - x - 1 = 0$ すなわち $x^2 = x + 1$ の実数解は、 $y = x^2$ と $y = x + 1$ のグラフの交点の x 座標である。
 $x^2 + x - 1 = 0$ すなわち $x^2 = -x + 1$ の実数解は、 $y = x^2$ と $y = -x + 1$ のグラフの交点の x 座標である。
 2直線 $y = x + 1$, $y = -x + 1$ が y 軸に関して対称であることから、放物線 $y = x^2$ との交点も y 軸に関して対称であることが分かる。したがって、 $\boxed{r = -q, s = -p}$ である。

