中2数学B 2019年度3学期　本問解答
§3　和・積の法則2

※　欠席してしまった場合は、問 3.1〜問 3.3, 問 3.5 を（余裕があれば問 3.4 も）自分で確認し、p.20〜p.21 の宿題 H3.1, H3.3〜H3.6 に（余裕があれば H3.2 も）取り組んで提出してください。

問3.1

(1)　一の位の数字の決め方が 6 通り、
その各々について、十の位の数字の決め方が、一の位で用いたもの以外の 5 通り、
その各々について、百の位の数字の決め方が、一の位と十の位で用いたもの以外の 4 通り、
その各々について、千の位の数字の決め方が、一の位と十の位と百の位で用いたもの以外の 3 通り
ある。したがって出来る整数は

$6\times5\times4\times3=\boxed{360}$ 通り。

(2)　(1)と同様に考えて、出来る整数は

$6\times6\times6\times6=\boxed{1296}$ 通り。

問3.2

(1)　百の位の数は 0 以外の 4 通り、十の位の数は百の位で使わなかった数なので 4 通り、一の位の数は百の位でも十の位でも使わなかった数なので 3 通り。よって、出来る 3 桁の数は $4\times4\times3=\boxed{48}$ 通り。

(2)　一の位は奇数の 1 か 3 なので 2 通り、百の位の数は 0 でも一の位で使った数でもない数なので 3 通り、十の位の数は一の位でも百の位でも使わなかった数なので 3 通り。よって、出来る 3 桁の奇数は $2\times3\times3=\boxed{18}$ 通り。

(3)　(1)の 48 通りのうち、奇数のものが(2)の 18 通りなので、偶数は $48-18=\boxed{30}$ 通り。

(4)　3 の倍数になるのは、各位の数の和が 3 の倍数のとき。いま、考えている 3 桁の数の各位の数の和は、3 以上 9 以下なので、3 の倍数としてありうるのは 3, 6, 9 のいずれか。
各位の数の和が 3 になるのは、3 数が 0, 1, 2 のときで、これを並べてできる 3 桁の数は、

<u>102</u>, <u>120</u>, 201, <u>210</u>

の 4 通り。
各位の数の和が 6 になるのは、3 数が 0, 2, 4 または 1, 2, 3 のとき。
0, 2, 4 を並べてできる 3 桁の数は

<u>204</u>, <u>240</u>, <u>402</u>, <u>420</u>

の 4 通り。
1, 2, 3 を並べてできる 3 桁の数は

123, <u>132</u>, 213, 231, <u>312</u>, 321

の 6 通り。
各位の数の和が 9 になるのは、3 数が 2, 3, 4 のときで、これを並べてできる 3 桁の数は

<u>234</u>, 243, <u>324</u>, <u>342</u>, 423, <u>432</u>

の 6 通り。
以上より 3 桁の 3 の倍数は $\boxed{20}$ 通り。

(5)　(4)の 20 通りのうち、偶数でもあるもの（下線をつけたもの）を数えて、出来る 3 桁の 6 の倍数は $\boxed{13}$ 通り。

問3.3

(1) 百の位の数は 0 以外の 4 通り、十の位と一の位の数はそれぞれ 5 通り。よって、出来る 3 桁の数は $4 \times 5 \times 5 = \boxed{100}$ 通り。

(2) 百の位の数は 0 以外の数なので 4 通り、十の位の数は 5 通り、一の位は奇数の 1 か 3 なので 2 通り。よって、出来る 3 桁の奇数は $4 \times 5 \times 2 = \boxed{40}$ 通り。

(3) (1)の 100 通りのうち、奇数のものが(2)の 40 通りなので、偶数は $100 - 40 = \boxed{60}$ 通り。

(4) まず、問 2.3(4)の結果を前提とせずに、同様の方針で数え上げてみる。
3 の倍数になるのは、各位の数の和が 3 の倍数のとき。いま、考えている 3 桁の数の各位の数の和は、1 以上 12 以下なので、3 の倍数としてありうるのは 3, 6, 9, 12 のいずれか。
各位の数の和が 3 になるのは、3 数が 0, 0, 3 または 0, 1, 2 または 1, 1, 1 のとき。
0, 0, 3 を並べてできる 3 桁の数は
　$\underline{300}$
の 1 通り。
0, 1, 2 を並べてできる 3 桁の数は
　$\underline{102}$, $\underline{120}$, 201, $\underline{210}$
の 4 通り。
1, 1, 1 を並べてできる 3 桁の数は
　111
の 1 通り。
各位の数の和が 6 になるのは、3 数が 0, 2, 4 または 0, 3, 3 または 1, 1, 4 または 1, 2, 3 または 2, 2, 2 のとき。
0, 2, 4 を並べてできる 3 桁の数は
　$\underline{204}$, $\underline{240}$, $\underline{402}$, $\underline{420}$
の 4 通り。
0, 3, 3 を並べてできる 3 桁の数は
　303, $\underline{330}$
の 2 通り。
1, 1, 4 を並べてできる 3 桁の数は
　$\underline{114}$, 141, 411
の 3 通り。
1, 2, 3 を並べてできる 3 桁の数は
　123, $\underline{132}$, 213, 231, $\underline{312}$, 321
の 6 通り。
2, 2, 2 を並べてできる 3 桁の数は
　$\underline{222}$
の 1 通り。
各位の数の和が 9 になるのは、3 数が 1, 4, 4 または 2, 3, 4 または 3, 3, 3 のとき。
1, 4, 4 を並べてできる 3 桁の数は
　$\underline{144}$, $\underline{414}$, 441
の 3 通り。
2, 3, 4 を並べてできる 3 桁の数は
　$\underline{234}$, 243, $\underline{324}$, $\underline{342}$, 423, $\underline{432}$
の 6 通り。
3, 3, 3 を並べてできる 3 桁の数は
　333
の 1 通り。
各位の数の和が 12 になるのは、3 数が 4, 4, 4 のときで、これを並べてできる 3 桁の数は
　$\underline{444}$
の 1 通り。
以上より 3 桁の 3 の倍数は $\boxed{33}$ 通り。

$\boxed{\text{別解}}$ 問 2.3(4)の結果の他に、同じ数字を重複して使っているものを数える。
各位の和が小さいものから書き出すと
　$\underline{300}$,　111,
　303, $\underline{330}$,　$\underline{114}$, 141, 411,　$\underline{222}$,
　$\underline{144}$, $\underline{414}$, 441,　333,
　$\underline{444}$
の 13 通り。したがって、3 桁の 3 の倍数は $20 + 13 = \boxed{33}$ 通り。

(5) (4)の 33 通りのうち、偶数でもあるもの（下線をつけたもの）を数えて、3 桁の 6 の倍数は $\boxed{20}$ 通り。
（問 2.3(4), (5)の結果を前提として、上記の $\boxed{\text{別解}}$ の続きとして考えれば、$13 + 7 = \boxed{20}$ 通り。）

問3.4

(1) 5 文字の並べ方の総数は、

$$5\times4\times3\times2\times1=\boxed{120}$$

(2) $aedbc$ は、1 文字目が a の文字列のうち、最後（$aedcb$）から 2 番目のもの。1 文字目が a の文字列は全部で $4\times3\times2\times1=24$ 個あるので、$aedbc$ は $\boxed{23}$ 番目。

(3) $cdbea$ は、先頭 3 文字が cdb の文字列のうち、最後のもの。
一文字目が $a,\ b$ の文字列はそれぞれ 24 個ずつあるので、1 文字目が c の文字列は 49 番目の $cabde$ から。
さらに、1 文字目が c の文字列のうち、2 文字目が $a,\ b$ の文字列がそれぞれ $3\times2\times1=6$ 個ずつあるので、先頭 2 文字が cd の文字列は 61 番目の $cdabe$ から。
ここから先は

$$cdabe, cdaeb, cdbae, cdbea, \cdots$$

と続くので、$cdbea$ は $\boxed{64}$ 番目。

問3.5

A, B の 2 文字の組を□としておくと、□, C, D, E, F, G という 6 つの要素の並べ方が

$$6!=6\times5\times4\times3\times2\times1=720$$

通りあり、これらの各々に対して、□の部分に A, B が AB の順に並べてあるか、BA の順に並べてあるかで 2 通りずつあるので、求める場合の数は

$$720\times2=\boxed{1440}\text{ 通り。}$$