

中2数学B 2019年度3学期 本問解答

§4 場合の数と割り算

※ 欠席してしまった場合は、問 4.2, 問 4.3 を（余裕があれば問 4.4 も）自分で確認し、p.26～p.27 の宿題 H4.1～H4.4 に取り組んで提出してください。

問4.1

- (1) $\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\},$
 $\{b, c\}, \{b, d\},$
 $\{c, d\}$

の $\boxed{6}$ 通り。

- (2) $ab, ac, ad,$
 $ba, bc, bd,$
 $ca, cb, cd,$
 da, db, dc

の $4 \times 3 = \boxed{12}$ 通り。

- (3) (1)の2文字の選び方の各々について、その2文字を並べる方法が2通りずつある。したがって、

(2)の2文字の並べ方の総数は、
 (1)の2文字の選び方の総数の2倍

である。

選び方と並べ方の対応 (1:2!)

$\{a, b\}: ab, ba$
 $\{a, c\}: ac, ca$
 $\{a, d\}: ad, da$
 $\{b, c\}: bc, cb$
 $\{b, d\}: bd, db$
 $\{c, d\}: cd, dc$

問4.2

- (1) $\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, b, e\},$
 $\{a, c, d\}, \{a, c, e\}, \{a, d, e\},$
 $\{b, c, d\}, \{b, c, e\}, \{b, d, e\}, \{c, d, e\}$

の $\boxed{10}$ 通り。

- (2) (1)の総数を N とする。

3文字の選び方の各々について、その3文字を並べる方法が、3!通りずつあるから、 a, b, c, d, e の5文字から3文字を選んで並べる方法の総数は、

$$N \times 3!$$

と表せる。一方、この総数は、直接

$$5 \times 4 \times 3$$

とも計算できるから、

$$N \times 3! = 5 \times 4 \times 3$$

が成り立つ。これより、(1)の総数は、

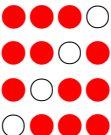
$$N = \frac{5 \times 4 \times 3}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} (=10)$$

と計算することができる。

選び方と並べ方の対応 (1:3!)

$\{a, b, c\}: abc, acb, bac, bca, cab, cba$
 $\{a, b, d\}: abd, adb, bad, bda, dab, dba$
 $\vdots$
 $\{c, d, e\}: cde, ced, dce, dec, ecd, edc$

問4.3

- (1) 

の 4 通り。

- (2) 以下のように、(1)の並べ方の各々について、赤球の 1, 2, 3 の並べ方 $3! = 6$ 通りずつが対応する：

1②**3**④, **1**③**2**④, **2**①**3**④,
2③**1**④, **3**①**2**④, **3**②**1**④,

1②④**3**, **1**③④**2**, **2**①④**3**,
2③④**1**, **3**①④**2**, **3**②④**1**,

1④**2****3**, **1**④**3****2**, **2**④**1****3**,
2④**3****1**, **3**④**1****2**, **3**④**2****1**,

④**1**②**3**, ④**1**③**2**, ④**2**①**3**,
 ④**2**③**1**, ④**3**①**2**, ④**3**②**1**

これらは全部で $4 \times 3! = \text{24}$ 通りある。

- (3) (2)の総数 24 は、単に 1, 2, 3, 4 の並べ方の総数でもある：

1234, 1243, 1324, 1342, 1423, 1432,
 2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431,
 3124, 3142, 3214, 3241, 3412, 3421,
 4123, 4132, 4213, 4231, 4312, 4321

これは、直接 $4! = 24$ 通りと計算できる。

一方、(2)でみたように、(1)の並べ方の総数に $3! = 6$ を掛けたものが(2)の並べ方の総数でもある。したがって、(1)の同じ色の球を区別しない場合の球の並べ方の総数は、

$$\frac{4!}{3!} = \frac{24}{6} = 4$$

と計算することが出来る。

- (4) 同色の球も **1**, **2**, **3**, ④, ⑤のように区別した場合、球の並べ方の総数は $5!$ 通りである。一方、同色の球を区別しない場合の並べ方の各々について、同色の球を区別した場合の $3! \times 2!$ 通りずつが対応するから、求める場合の数は、

$$\frac{5!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times \cancel{4} \times \cancel{3} \times 2 \times 1}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 1 \times 2 \times 1} = \text{10} \text{ 通り。}$$

同色の球を区別しないときと区別したときの対応 ($1:3! \times 2!$)

:

1②**3**④⑤, **1**③**2**④⑤,
2①**3**④⑤, **2**③**1**④⑤,
3①**2**④⑤, **3**②**1**④⑤,
1②**3**⑤④, **1**③**2**⑤④,
2①**3**⑤④, **2**③**1**⑤④,
3①**2**⑤④, **3**②**1**⑤④

:

1②④**3**⑤, **1**③④②⑤,
2①④**3**⑤, **2**③④①⑤,
3①④②⑤, **3**②④①⑤,
1②⑤④**3**④, **1**③⑤②④,
2①⑤④**3**④, **2**③⑤①④,
3①⑤②④, **3**②⑤①④

⋮

○○:

④⑤**1**②**3**, ④⑤**1**③**2**,
 ④⑤**2**①**3**, ④⑤**2**③**1**,
 ④⑤**3**①**2**, ④⑤**3**②**1**,
 ⑤④**1**②**3**, ⑤④**1**③**2**,
 ⑤④**2**①**3**, ⑤④**2**③**1**,
 ⑤④**3**①**2**, ⑤④**3**②**1**

問4.4

- (1) 9人から松組に入る3人の選び方が(問4.1, 問4.2と同様に考えて)、

$$\frac{9 \times 8 \times 7}{3!} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \times \overset{4}{\cancel{8}} \times 7}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 1} = 84 \text{ 通り。}$$

その各々について、残った6人から竹組に入る3人の選び方が、

$$\frac{6 \times 5 \times 4}{3!} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}} \times \overset{4}{\cancel{5}} \times 4}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 1} = 20 \text{ 通り。}$$

その各々について、残った3人が梅組に入ることになるので、求める9人の分け方の総数は、

$$84 \times 20 = \boxed{1680} \text{ 通り。}$$

- (2) ここで考える9人の分け方の総数を N とする。

3つの組を区別しない場合の9人の分け方の各々について、できた3つの組に松組、竹組、梅組と名前をつける方法が

$3!$ 通りずつあるから、9人を3人ずつ松組、竹組、梅組に分ける方法の総数は、
 $N \times 3!$

と表せる。一方、この総数は、(1)より1680であるから、

$$N \times 3! = 1680$$

$$\therefore N = \frac{1680}{3!} = \boxed{280}$$

である。

組を区別しないときと区別したときの対応 ($1:3!$) の例

$\{A,B,C\}, \{D,E,F\}, \{G,H,I\}$:

松,	竹,	梅
松,	梅,	竹
竹,	松,	梅
竹,	梅,	松
梅,	松,	竹
梅,	竹,	松