

中2数学B 2019年度3学期 本問解答

§6 重複は引こう

※ 欠席してしまった場合は、問 6.2～問 6.4 を（余裕があれば問 6.5 も）自分で確認し、p.38～p.39 の宿題 H6.1～H6.6 に取り組んで提出してください。

問6.1

数学に通っている人が 25 名と、数学に通っていない人が、17-8名なので、

$$N = 25 + 17 - 8 = \boxed{34}$$

問6.2

100 以下の自然数のうち、3 の倍数は 33 個、11 の倍数は 9 個、33 の倍数は 3 個なので、3 または 11 の倍数であるものは

$$33 + 9 - 3 = 39 \text{ 個。}$$

したがって、3 でも 11 でも割り切れないものの個数は

$$N = 100 - 39 = \boxed{61}$$

以上を集合を用いて表現すると次のようになる。

100 以下の自然数の集合を U ，その部分集合で、3 の倍数からなるものを A ，11 の倍数からなるものを B とすると、3 でも 11 でも割り切れない 100 以下の自然数の集合は $\overline{A \cup B}$ となる。（ U の部分集合 X に対し、 \overline{X} で X に含まれない U の要素からなる集合を表す。）

ここで、

$$n(A) = 33, \quad n(B) = 9, \quad n(A \cap B) = 3$$

であるから、

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 33 + 9 - 3 = 39, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore N &= n(\overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B) \\ &= 100 - 39 = \boxed{61} \end{aligned}$$

右のようなカルノー図を作るのもよい。

$$n(U) = 100,$$

$$n(A) = 33,$$

$$n(B) = 9$$

より、

$$n(\overline{A}) = 100 - 33 = 67,$$

$$n(\overline{B}) = 100 - 9 = 91$$

が分かり、さらに $n(A \cap B) = 3$ と合わせると、

$$n(A \cap \overline{B}) = 33 - 3 = 30,$$

$$n(\overline{A} \cap B) = 9 - 3 = 6,$$

$$n(\overline{A} \cap \overline{B}) = 91 - 30 (= 67 - 6) = \boxed{61}$$

と分かる

	A	\overline{A}	
B	3	6	9
\overline{B}	30	61	91
	33	67	計 100

問6.3

op を含む文字列は op, p, e, l, e の並べ替えなので、 $\frac{5!}{2!} = 60$ 個。

po を含む文字列も同様に 60 個。

pop を含む文字列は、pop, e, l, e の並べ替えなので、 $\frac{4!}{2!} = 12$ 個。

したがって、o と p が隣り合う文字列の総数は $60 + 60 - 12 = \boxed{108}$ 個。

問6.4

- (1) $6^3 = \boxed{216}$ 通り。
- (2) 目の積が偶数でない、つまり、目の積が奇数となるのは、3回とも奇数の目が出たときなので、
 $3^3 = 27$ 通り。
 したがって、目の積が偶数となるものは、
 $216 - 27 = \boxed{189}$ 通り。
- (3) 目の積が3の倍数とならないのは、3回とも3の倍数でない目(1, 2, 4, 5のいずれか)が出たときなので、
 $4^3 = 64$ 通り。
 したがって、目の積が3の倍数となるものは、
 $216 - 64 = \boxed{152}$ 通り。
- (4)

	全て1,2,4,5	積が3の倍数	
全て 1,3,5	全て1,5 8	27-8 =19	27
積が 偶数	64-8 =56	積が 6の倍数	189
	64	152	計 216

3回とも偶数でも3の倍数でもない目(1, 5のいずれか)となる出た目の並べ方は、
 $2^3 = 8$ 通り。
 これと(1)~(3)より、上のようなカルノー図ができる。したがって、出た目の積が6の倍数となるような出た目の並べ方は、
 $216 - (8 + 19 + 56)$
 $= 216 - 83 = \boxed{133}$ 通り
 である。

問6.5

- (1) 出る目の最大値が6となるのは、少なくとも1回6の目が出る場合である。6の目が出ない(毎回1~5のいずれかの目)のような目の出方の総数は、
 $5^3 = 125$
 なので、最大値が6となるような目の出方の総数は、
 $6^3 - 125 = 216 - 125 = \boxed{91}$
- (2) 出る目の最大値が5となるのは、毎回1~5の目が出て、かつ少なくとも1回5の目が出る場合である。それは、毎回1~5の目が出る場合から、5の目が出ない、つまり毎回1~4の目が出るような場合を除いた場合と考えられるから、求める総数は、
 $5^3 - 4^3 = 125 - 64 = \boxed{61}$