

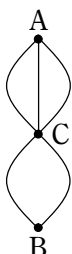
中2数学C 2019年度3学期 本問解答

§2 和・積の法則1

※ 欠席してしまった場合は、問 2.1～問 2.4 を（余裕があれば問 2.5 も）自分で確認し、p.14～p.15 の宿題 H2.1～H2.6 に取り組んで提出してください。

問2.1

(i)

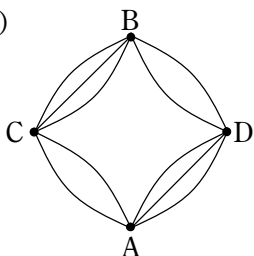


町 A から町 C までの行き方が 3 通りあり、そのそれぞれに対して、町 C から町 B までの行き方が 2 通りずつあるから、求める総数は

$$3 \times 2 = \boxed{6} \text{ 通り}$$

である。

(ii)



町 C を通る行き方と、町 D を通る行き方に場合分けして数えよう。

(i)と同様に、町 A から町 C を通って町 B へ行く行き方が $2 \times 3 = 6$ 通り、

町 A から町 D を通って町 B へ行く行き方が $3 \times 2 = 6$ 通りある。これらを合わせて、求める総数は、

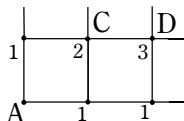
$$6 + 6 = \boxed{12} \text{ 通り}$$

である。

問2.2

(1) 例えば、右図において、A から C までの最短経路は、その下の点を通る経路と左の点を通る経路の

$$1 + 1 = 2 \text{ 通り。}$$



A から D までの最短経路は、その下の点を通る経路と C を通る経路の総数を合わせて、

$$1 + 2 = 3 \text{ 通り。}$$

このようにして A から各点までの最短経路の総数を書き込んでいくと下図のようになる。

	1	5	15	35	70	126	210	B
1		4	10	20	35	56	84	
1		3	6	10	15	21	28	
1		2	3	4	5	6	7	
A	1	1	1	1	1	1	1	

よって、求める総数は $\boxed{210}$ である。

(2) A から P までの最短経路は上図のように 15 通り。その各々について、P から B までの最短経路は下図のように 6 通りある。

			1	3	6	B
			1	2	3	
			P	1	1	
A						

よって、求める総数は $15 \times 6 = \boxed{90}$ 通り。

問2.3

(1) 百の位の数に0以外の4通り、十の位の数に百の位で使わなかった数なので4通り、一の位の数に百の位でも十の位でも使わなかった数なので3通り。よって、出来る3桁の数は $4 \times 4 \times 3 = 48$ 通り。

(2) 一の位は奇数の1か3なので2通り、百の位の数に0でも一の位で使った数でもない数なので3通り、十の位の数は一の位でも百の位でも使わなかった数なので3通り。よって、出来る3桁の奇数は $2 \times 3 \times 3 = 18$ 通り。

(3) (1)の48通りのうち、奇数のものが(2)の18通りなので、偶数は $48 - 18 = 30$ 通り。

(4) 3の倍数になるのは、各位の数の和が3の倍数のとき。いま、考えている3桁の数の各位の数の和は、3以上9以下なので、3の倍数としてありうるのは3, 6, 9のいずれか。

各位の数の和が3になるのは、3数が0, 1, 2のときで、これを並べてできる3桁の数は、

102, 120, 201, 210

の4通り。

各位の数の和が6になるのは、3数が0, 2, 4または1, 2, 3のとき。

0, 2, 4を並べてできる3桁の数は

204, 240, 402, 420

の4通り。

1, 2, 3を並べてできる3桁の数は

123, 132, 213, 231, 312, 321

の6通り。

各位の数の和が9になるのは、3数が2, 3, 4のときで、これを並べてできる3桁の数は

234, 243, 324, 342, 423, 432

の6通り。

以上より3桁の3の倍数は20通り。

(5) (4)の20通りのうち、偶数でもあるもの(下線をつけたもの)を数えて、出来る3桁の6の倍数は13通り。

問2.4

- (1) 百の位の数 は 0 以外の 4 通り、十の位と一の位の数 はそれぞれ 5 通り。よって、出来る 3 桁の数は $4 \times 5 \times 5 = \boxed{100}$ 通り。
- (2) 百の位の数 は 0 以外の数なので 4 通り、十の位の数 は 5 通り、一の位は奇数の 1 か 3 なので 2 通り。よって、出来る 3 桁の奇数は $4 \times 5 \times 2 = \boxed{40}$ 通り。
- (3) (1)の 100 通りのうち、奇数のものが(2)の 40 通りなので、偶数は $100 - 40 = \boxed{60}$ 通り。
- (4) まず、問 2.3(4)の結果を前提とせずに、同様の方針で数え上げてみる。
3 の倍数になるのは、各位の数の和が 3 の倍数のとき。いま、考えている 3 桁の数の各位の数の和は、1 以上 12 以下なので、3 の倍数としてありうるのは 3, 6, 9, 12 のいずれか。
各位の数の和が 3 になるのは、3 数が 0, 0, 3 または 0, 1, 2 または 1, 1, 1 のとき。
0, 0, 3 を並べてできる 3 桁の数は 300 の 1 通り。
0, 1, 2 を並べてできる 3 桁の数は 102, 120, 201, 210 の 4 通り。
1, 1, 1 を並べてできる 3 桁の数は 111 の 1 通り。
各位の数の和が 6 になるのは、3 数が 0, 2, 4 または 0, 3, 3 または 1, 1, 4 または 1, 2, 3 または 2, 2, 2 のとき。
0, 2, 4 を並べてできる 3 桁の数は 204, 240, 402, 420 の 4 通り。
0, 3, 3 を並べてできる 3 桁の数は 303, 330 の 2 通り。
1, 1, 4 を並べてできる 3 桁の数は

114, 141, 411 の 3 通り。
1, 2, 3 を並べてできる 3 桁の数は 123, 132, 213, 231, 312, 321 の 6 通り。
2, 2, 2 を並べてできる 3 桁の数は 222 の 1 通り。
各位の数の和が 9 になるのは、3 数が 1, 4, 4 または 2, 3, 4 または 3, 3, 3 のとき。
1, 4, 4 を並べてできる 3 桁の数は 144, 414, 441 の 3 通り。
2, 3, 4 を並べてできる 3 桁の数は 234, 243, 324, 342, 423, 432 の 6 通り。
3, 3, 3 を並べてできる 3 桁の数は 333 の 1 通り。
各位の数の和が 12 になるのは、3 数が 4, 4, 4 のときで、これを並べてできる 3 桁の数は 444 の 1 通り。
以上より 3 桁の 3 の倍数は 33 通り。

別解 問 2.3(4)の結果の他に、同じ数字を重複して使っているものを数える。
各位の和が小さいものから書き出すと

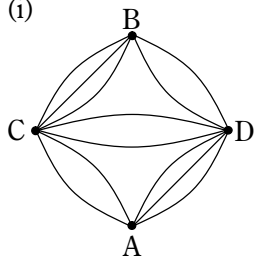
300, 111, 303, 330, 114, 141, 411, 222, 144, 414, 441, 333, 444 の 13 通り。したがって、3 桁の 3 の倍数は $20 + 13 = \boxed{33}$ 通り。

- (5) (4)の 33 通りのうち、偶数でもあるもの（下線をつけたもの）を数えて、3 桁の 6 の倍数は 20 通り。
（問 2.3(4), (5)の結果を前提として、上記の**別解**の続きとして考えれば、 $13 + 7 = \boxed{20}$ 通り。）

問2.5

(1)

(i)



$A \rightarrow C \rightarrow B$,
 $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$,
 $A \rightarrow D \rightarrow B$,
 $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$
 という 4 タイプの
 行き方に場合分け
 して数える。求め

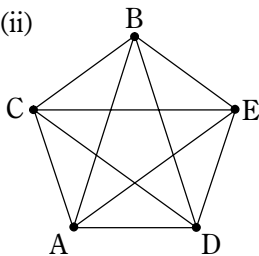
る総数は、

$$2 \times 3 + 2 \times 2 \times 2 + 3 \times 2 + 3 \times 2 \times 3$$

$$= 6 + 8 + 6 + 18 = \boxed{38} \text{ 通り}$$

である。

(ii)



途中で別の町を経
 由せずに町 A から
 町 B へ行く行き方
 が 1 通り。

$A \rightarrow C \rightarrow B$ のよう
 に、途中で町を 1
 つだけ経由してい
 く行き方が、経由

する町が C, D, E のどれかで 3 通り。

途中で町を 2 つ経由していく行き方が、

$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$, $A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B$,
 $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$, $A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B$,
 $A \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow B$, $A \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow B$

の

$$3 \times 2 = 6 \text{ 通り。}$$

途中で町を 3 つ経由していく行き方が、

$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B$, $A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow B$,
 $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B$, $A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow B$,
 $A \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$, $A \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$

の

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ 通り。}$$

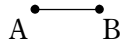
以上を合計して、求める総数は、

$$1 + 3 + 6 + 6 = \boxed{16} \text{ 通り}$$

である。

(2) 10 通りまでは次のよう。(もちろん他の図も作れる。)

1 通り



2 通り



3 通り



⋮

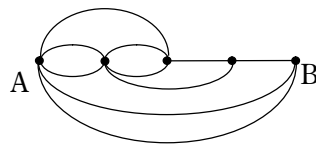
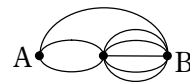
9 通り



10 通り



例えば、町 A から町 B までの行き方が
 11 通りになるような図の例として



などが挙げられる。

町 A から町 B までの行き方が 12 通り、
 13 通り、14 通り、…となる図を作っ
 てみよう。

何通りの図まで作れるだろうか。