中2数学C 2019年度3学期　本問解答
§3　和・積の法則2

※　欠席してしまった場合は、問 3.1〜問 3.3, 問 3.4(1), (2) を（余裕があれば他の問題も）自分で確認し、p.19 の宿題 H3.1〜H3.5 に取り組んで提出してください。

問3.1

$$1176 = 2^3 \times 3 \times 7^2$$

$$\therefore N = 1176^3 = (2^3 \times 3 \times 7^2)^3 = 2^9 \times 3^3 \times 7^6$$

である。よって N の正の約数は

$$2^a \times 3^b \times 7^c,$$

$$(0 \leqq a \leqq 9, 0 \leqq b \leqq 3, 0 \leqq c \leqq 6)$$

の形に表されるものたちであり、その総数は

$10 \times 4 \times 7 = \boxed{280}$ 個。

問3.2

(1)　5 文字の並べ方の総数は、

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = \boxed{120}$$

(2)　$aedbc$ は、1 文字目が a の文字列のうち、最後（$aedcb$）から 2 番目のもの。1 文字目が a の文字列は全部で $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 個あるので、$aedbc$ は $\boxed{23}$ 番目。

(3)　$cdbea$ は、先頭 3 文字が cdb の文字列のうち、最後のもの。
一文字目が a, b の文字列はそれぞれ 24 個ずつあるので、1 文字目が c の文字列は 49 番目の $cabde$ から。
さらに、1 文字目が c の文字列のうち、2 文字目が a, b の文字列がそれぞれ $3 \times 2 \times 1 = 6$ 個ずつあるので、先頭 2 文字が cd の文字列は 61 番目の $cdabe$ から。
ここから先は

$$cdabe, cdaeb, cdbae, cdbea, \cdots$$

と続くので、$cdbea$ は $\boxed{64}$ 番目。

問3.3

A, B の 2 文字の組を□としておくと、□, C, D, E, F, G という 6 つの要素の並べ方が

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

通りあり、これらの各々に対して、□の部分に A, B が AB の順に並べてあるか、BA の順に並べてあるかで 2 通りずつあるので、求める場合の数は

$720 \times 2 = \boxed{1440}$ 通り。

問3.4

(1) $(0,0,5),(0,1,4),(0,2,3),(1,1,3),(1,2,2)$

の $\boxed{5}$ 個。

(2) (1)の組のそれぞれについて、並べ替えたものを考えればよい。

$(0,0,5)$ およびその並べ替えは、

$(0,0,5),(0,5,0),(5,0,0)$

の 3 個。

$(0,1,4)$ およびその並べ替えは、

$(0,1,4),(0,4,1),(1,0,4),$

$(1,4,0),(4,0,1),(4,1,0)$

の $3!=6$ 個。

以下同様に、

$(0,2,3)$ およびその並べ替えは、6 個。

$(1,1,3)$ およびその並べ替えは、3 個。

$(1,2,2)$ およびその並べ替えは、3 個。

以上より、求める総数は、

$3+6+6+3+3=\boxed{21}$ 個。

(3) (2)の組のそれぞれについて、x,y,z の符号を変えたものを考えればよい。

$(0,0,5)$ およびその並べ替えについて、符号を任意に考えたものは、

$(0,0,5),(0,0,-5),$

$(0,5,0),(0,-5,0)$

$(5,0,0),(-5,0,0)$

の $3\times2=6$ 個。

$(0,1,4)$ およびその並べ替えについて、符号を任意に考えたものは、

$(0,1,4),(0,1,-4),(0,-1,4),(0,-1-4)$

$(1,0,4),(1,0,-4),(-1,0,4),(-1,0,-4)$

$\vdots$

$(4,0,1),(4,0,-1),(-4,0,1),(-4,0,-1)$

の $6\times4=24$ 個。

以下同様に、

$(0,2,3)$ から得られるものは $6\times4=24$ 個。

$(1,1,3)$ から得られるものは $3\times8=24$ 個。

$(1,2,2)$ から得られるものは $3\times8=24$ 個。

以上より、求める総数は、

$6+24+24+24+24=\boxed{102}$ 個。

(4) (1)〜(3)と同様に、まず、

$a+b+c+d=5,\quad a\leqq b\leqq c\leqq d$

をみたす 0 以上の整数の組を考える。次にその各組について、順序および符号を任意に考えた組が何個あるかを数えていく。

$(0,0,0,5)$ から得られるものは、

$4\times2=8$ 個。

$(0,0,1,4)$ から得られるものを考える。

まず, 0,0,1,4 の並べ方が、4,1,0,0 の順に並べる場所を決めると考えて、

$4\times3\times1=12$ 通り。

その各々について、1 と 4 の符号を任意に変えたものが

$2\times2=4$ 個

ずつあるから、結局 $(0,0,1,4)$ から得られるものは、

$12\times4=48$ 個。

以下同様に、

$(0,0,2,3)$ から得られるものは、

$12\times4=48$ 個。

$(0,1,1,3)$ から得られるものは、

$12\times8=96$ 個。

$(0,1,2,2)$ から得られるものは、

$12\times8=96$ 個。

$(1,1,1,2)$ から得られるものは、

$4\times16=64$ 個。

以上を合計して、求める総数は、

$8+48+48+96+96+64=\boxed{360}$ 個。