中2数学C 2019年度3学期 本問解答
§6 重複は引こう

※ 欠席してしまった場合は、問 6.2～問 6.5 を自分で確認し、p.36～p.37 の宿題 H6.1～H6.6 に取り組んで提出してください。

問6.1

数学に通っている人が 25 名と、数学に通っていない人が、$17-8$ 名なので、

$$N=25+17-8=\boxed{34}$$

問6.2

100 以下の自然数のうち、3 の倍数は 33 個、11 の倍数は 9 個、33 の倍数は 3 個なので、3 または 11 の倍数であるのもは

$33+9-3=39$ 個。

したがって、3 でも 11 でも割り切れないものの個数は

$$N=100-39=\boxed{61}$$

以上を集合を用いて表現すると次のようになる。
100 以下の自然数の集合を U , その部分集合で、3 の倍数からなるものを A , 11 の倍数からなるものを B とすると、3 でも 11 でも割り切れない 100 以下の自然数の集合は $\overline{A\cup B}$ となる。(U の部分集合 X に対し、$\bar{X}$ で X に含まれない U の要素からなる集合を表す。)
ここで、

$$n(A)=33,\quad n(B)=9,\quad n(A\cap B)=3$$

であるから、

$$\begin{aligned}n(A\cup B)&=n(A)+n(B)-n(A\cap B)\\&=33+9-3=39,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore N=n\left(\overline{A\cup B}\right)&=n(U)-n(A\cup B)\\&=100-39=\boxed{61}\end{aligned}$$

右のようなカルノー図を作るのもよい。

	A	$\overline{A}$	
B	3	6	9
$\overline{B}$	30	61	91
	33	67	計 100

$$n(U)=100,$$
$$n(A)=33,$$
$$n(B)=9$$

より、

$$n\left(\overline{A}\right)=100-33=67,$$

$$n\left(\overline{B}\right)=100-9=91$$

が分かり、さらに $n(A\cap B)=3$ と合わせると、

$$n\left(A\cap\overline{B}\right)=33-3=30,$$

$$n\left(\overline{A}\cap B\right)=9-3=6,$$

$$n\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=91-30\ (=67-6)=\boxed{61}$$

と分かる。

問6.3

op を含む文字列は op, p, e, l, e の並べ替えなので、$\dfrac{5\,!}{2\,!}=60$ 個。
po を含む文字列も同様で 60 個。
pop を含む文字列は、pop, e, l, e の並べ替えなので、$\dfrac{4\,!}{2\,!}=12$ 個。
したがって、o と p が隣り合う文字列の総数は $60+60-12=\boxed{108}$ 個。

問6.4

(1)　$6^3 = \boxed{216}$ 通り。

(2)　目の積が偶数でない、つまり、目の積が奇数となるのは、3 回とも奇数の目が出たときなので、

$3^3 = 27$ 通り。

したがって、目の積が偶数となるものは、

$216 - 27 = \boxed{189}$ 通り。

(3)　目の積が 3 の倍数とならないのは、3 回とも 3 の倍数でない目（1, 2, 4, 5 のいずれか）が出たときなので、

$4^3 = 64$ 通り。

したがって、目の積が 3 の倍数となるものは、

$216 - 64 = \boxed{152}$ 通り。

(4)

	全て1,2,4,5	積が3の倍数	
全て1,3,5	全て1,5 8	27−8 =19	27
積が偶数	64−8 =56	積が 6の倍数	189
	64	152	計216

3 回とも偶数でも 3 の倍数でもない目（1, 5 のいずれか）となる出た目の並べ方は、

$2^3 = 8$ 通り。

これと(1)～(3)より、上のようなカルノー図ができる。したがって、出た目の積が 6 の倍数となるような出た目の並べ方は、

$216 - (8 + 19 + 56)$

$= 216 - 83 = \boxed{133}$ 通り

である。

問6.5

(1)　毎回 3, 4, 5 のいずれかの目が出る場合なので、出る目の並べ方の総数は $3^3 = \boxed{27}$

(2)　サイコロが n 個となっても通用するような方法で考える。

求めるものは、(1)の 27 通りのうち、3 の目も 5 の目も、少なくとも 1 回は出ているような出た目の並べ方の総数である。そこで、そうでないもの、つまり、「毎回 3, 4, 5 のいずれかが出るような出た目の並べ方のうち、3 の目が出ていない、または、5 の目がでていないもの」の総数 N を数えよう。

(ア) 3 の目が出ないものは、毎回 4, 5 のいずれかの目が出る場合で、$2^3 = 8$ 通り

(イ) 5 の目が出ないものは、毎回 3, 4 のいずれかの目が出る場合で、$2^3 = 8$ 通り

(ウ) 3 の目も 5 の目も出ないものは、毎回 4 の目だけが出る場合で、1 通り

であるから、

$N = 8 + 8 - 1 = 15$

したがって、求める総数は

$27 - 15 = \boxed{12}$

※　サイコロが 3 個なら、すべて書き出すのも手である。

(3,3,5), (3,5,3), (5,3,3),

(3,5,5), (5,3,5), (5,5,3),

(3,4,5), (3,5,4), (4,3,5), (4,5,3),

(5,3,4), (5,4,3)