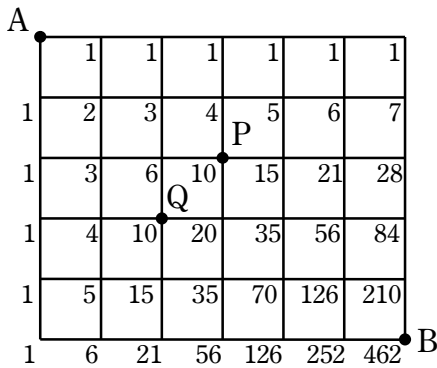


中2数学C 2019年度3学期 宿題解答 §2 和・積の法則 1

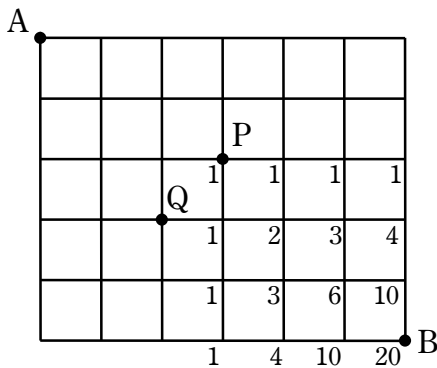
H2.1

- (1) 問 2.2 と同様に、A から各点までの最短経路の総数を書き込んでいくと下図のようになる。



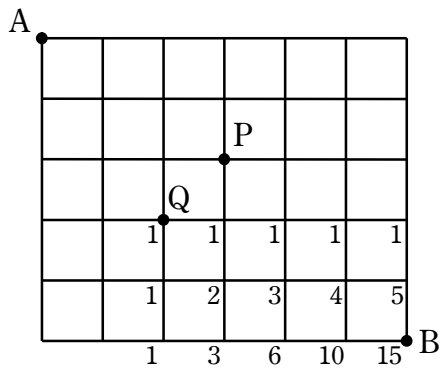
よって、A から B までの最短経路は 462 通りある。

- (2) (1)の経路のうち P と Q の両方を通るものはないので、求めるものは P を通る経路の総数と Q を通る経路の総数の和となる。
P までの最短経路は(1)の図から 10 通り。
その各々について、P から B までの最短経路は下図のように 20 通りある。



よって、P を通る最短経路は $10 \times 20 = 200$ 通り。

Q までの最短経路は(1)の図から 10 通り。
その各々について、Q から B までの最短経路は下図のように 15 通りある。



よって、Q を通る最短経路は $10 \times 15 = 150$ 通り。

以上より、P か Q のどちらかを通る最短経路は $200 + 150 =$ 350 $$ 通り。

H2.2

目の和が9となる目の組合せ(選び方)を考え、そのそれぞれに対して、その並べ方を考えていく。

{1,2,6}という組合せに対して、その並べ方は
(1,2,6), (1,6,2), (2,1,6), (2,6,1),

(6,1,2), (6,2,1)

の6通り。以下、同様に、組合せ:並べ方の順に書き出していくと、

{1,3,5}: (1,3,5), (1,5,3), (3,1,5), (3,5,1),
(5,1,3), (5,3,1)

{1,4,4}: (1,4,4), (4,1,4), (4,4,1)

{2,2,5}: (2,2,5), (2,5,2), (5,2,2)

{2,3,4}: (2,3,4), (2,4,3), (3,2,4), (3,4,2),
(4,2,3), (4,3,2)

{3,3,3}: (3,3,3)

となる。

以上より、求める並べ方の総数は、

$6+6+3+3+6+1=25$ 通り

である。

H2.3

方針 A) それほど多くはないので、すべて書き出してしまおう。

- (1) 102, 103, 120, 123, 130, 132,
201, 203, 210, 213, 230, 231,
301, 302, 310, 312, 320, 321

の18通り。

- (2) (1)のうち、奇数は
103, 123, 201, 203, 213, 231, 301, 321

の8通り。

- (3) (1)の18通りのうち、奇数が(2)の8通りだから、偶数は $18-8=10$ 通り。

- (4) (1)のうち、3の倍数になるものは、各位の数の和が3の倍数になるものなので、
102, 120, 123, 132, 201, 210, 213,
231, 312, 321

の10通り。

- (5) 6の倍数になるものは、(4)で挙げた3の倍数であるもののうち、偶数でもあるものなので、

102, 120, 132, 210, 312

の5通り。

方針 B) 和・積の法則を利用してみよう。

- (1) 百の位の数に0以外の3通り、十の位の数に百の位で使わなかった数なので3通り、一の位の数に百の位でも十の位でも使わなかった数なので2通り。よって、出来る3桁の数は $3 \times 3 \times 2 = 18$ 通り。

- (2) 一の位は奇数の1か3なので2通り、百の位の数に0でも一の位で使った数でもない数なので2通り、十の位の数は一の位でも百の位でも使わなかった数なので2通り。よって、出来る3桁の奇数は $2 \times 2 \times 2 = 8$ 通り。

- (3) (1)の18通りのうち、奇数が(2)の8通りだから、偶数は $18-8=10$ 通り。

- (4) 3の倍数になるのは、各位の数の和が3の倍数のとき。いま、考えている3桁の数の各位の数の和は、3以上6以下なので、3の倍数としてありうるのは3, 6のいずれか。

各位の数の和が3になるのは、3数が0, 1, 2のときで、これを並べてできる3桁の数は

102, 120, 201, 210

の4($=2 \times 2 \times 1$)通り。

各位の数の和が6になるのは、3数が1, 2, 3のときで、これを並べてできる3桁の数は

123, 132, 213, 231, 312, 321

の6($=3 \times 2 \times 1$)通り。

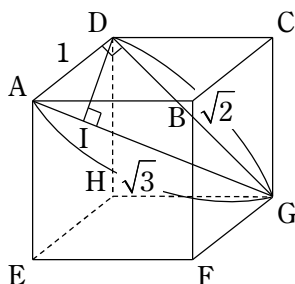
以上より、3の倍数は $4+6=10$ 通り。

- (5) 6の倍数になるものは、(4)で挙げた3の倍数であるもののうち、偶数でもあるものなので、

102, 120, 210, 132, 312

の5通り。

H2.4



$AD \perp$ 面 $CDHG$ なので $AD \perp DG$ である。

- (1) $\triangle ADG$ は $\angle ADG$ が直角の直角三角形なので、ピタゴラスの定理より

$$\begin{aligned} AG^2 &= AD^2 + DG^2 \\ &= 1^2 + DG^2 \quad \dots\dots\dots ① \end{aligned}$$

DG は 1 辺の長さ 1 の正方形 $CDHG$ の対角線なので、

$$DG = \sqrt{2} \quad \dots\dots\dots ②$$

②を①に代入して、

$$AG^2 = 1^2 + \sqrt{2}^2 = 3$$

$$\therefore AG = \sqrt{3} \quad (> 0)$$

$$(2) \quad \triangle ADG = \frac{1}{2} \times AD \times DG = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

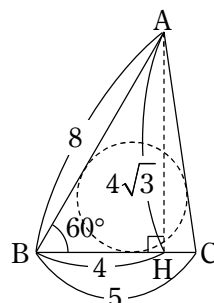
$$(3) \quad \triangle ADG = \frac{1}{2} \times AG \times DI \text{ なので、(1), (2) より}$$

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times DI = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore DI = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

H2.5

A から BC に下した垂線の足を H とすると、 $\triangle ABH$ は $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の三角定規の形で、

$$BH = \frac{1}{2} \times AB = 4, AH = \sqrt{3} \times BH = 4\sqrt{3}$$



$$(1) \quad \triangle ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AH$$

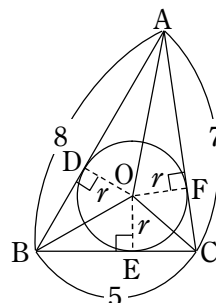
$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 4\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$$

- (2) $\triangle ACH$ でピタゴラスの定理より

$$CA^2 = AH^2 + CH^2$$

$$= (4\sqrt{3})^2 + (5-4)^2 = 49$$

$$\therefore CA = 7 \quad (> 0)$$



- (3) 内接円 O と辺 AB, BC, CA の接点をそれぞれ D, E, F とおくと、半径 OD, OE, OF はそれぞれ AB, BC, CA と垂直なので、 $\triangle ABC$ の面積を $\triangle OAB, \triangle OBC, \triangle OCA$ に分割して計算すると

$$\triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCA$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times 8 \times r + \frac{1}{2} \times 5 \times r + \frac{1}{2} \times 7 \times r \\ &= 10r \end{aligned}$$

と表せる。したがって、(1)より

$$10r = 10\sqrt{3} \quad \therefore r = \sqrt{3}$$

H2.6

(1)のみ丁寧に論じ、(2), (3)は略解とする。

$$\begin{aligned}(1) \quad y &= x^2 - 6x + 11 \\ &= (x^2 - 6x + 9) - 9 + 11 \\ &= (x - 3)^2 + 2\end{aligned}$$

より、この関数のグラフは、頂点が(3, 2)の下に凸な放物線である。

よって、 x が $-1 \leq x \leq 6$ を変化するときの

$$\boxed{\text{最小値は } y = 2 \quad (x = 3 \text{ のとき})}$$

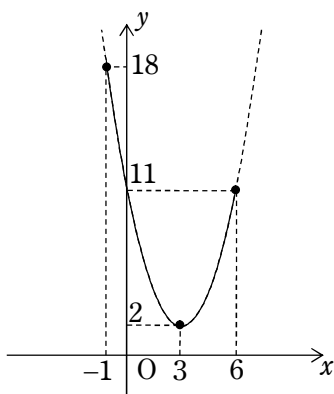
である。また、 $x = -1$ の方が $x = 6$ よりも $x = 3$ から離れているので、 $x = -1$ で最大になると分かる。 $x = -1$ のとき、

$$y = (-4)^2 + 2 = 18$$

だから、

$$\boxed{\text{最大値は } y = 18 \quad (x = -1 \text{ のとき})}$$

である。

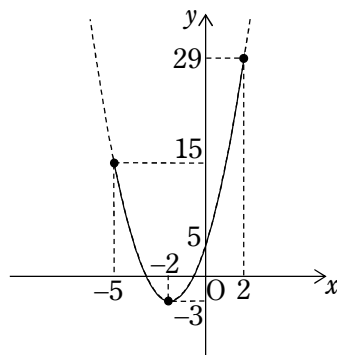


$$\begin{aligned}(2) \quad y &= 2x^2 + 8x + 5 \\ &= 2(x^2 + 4x) + 5 \\ &= 2(x^2 + 4x + 4) - 2 \times 4 + 5 \\ &= 2(x + 2)^2 - 3\end{aligned}$$

より、 $-5 \leq x \leq 2$ におけるこの関数のグラフは下図のよう。よって、

$$\boxed{\text{最大値は } y = 29 \quad (x = 2 \text{ のとき})}$$

$$\boxed{\text{最小値は } y = -3 \quad (x = -2 \text{ のとき})}$$



$$\begin{aligned}(3) \quad y &= -x^2 + 4x - 3 \\ &= -(x^2 - 4x) - 3 \\ &= -(x^2 - 4x + 4) - (-1) \times 4 - 3 \\ &= -(x - 2)^2 + 1\end{aligned}$$

より、 $-2 \leq x \leq 7$ におけるこの関数のグラフは次の図のよう。よって、

$$\boxed{\text{最大値は } y = 1 \quad (x = 2 \text{ のとき})}$$

$$\boxed{\text{最小値は } y = -24 \quad (x = 7 \text{ のとき})}$$

