

中2数学C 2019年度3学期 宿題解答

§4 場合の数と割り算

H4.1

- (1) 8文字から3文字を選んで並べる方法は、 $8 \times 7 \times 6$ 通り。8文字から3文字を選ぶ方法の各々に対し、それを並べる方法が3!通りずつあるから、3文字を選ぶ方法の総数は、

$$\frac{8 \times 7 \times 6}{3!} = \frac{8 \times 7 \times \cancel{6}}{\cancel{6}} = \boxed{56}$$

- (2) (1)同様に4文字の選び方と並べ方との対応を考えて、4文字の選び方の総数は、

$$\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4!} = \frac{\cancel{8} \times 7 \times \cancel{6} \times 5}{\cancel{24}} = \boxed{70}$$

H4.2

- (1) $\bigcirc_1, \bigcirc_2, \bigcirc_3, \times_4, \times_5, \times_6, \times_7$ と、同種の記号も区別すると、その並べ方は7!通り。同種の記号の区別をなくすと、同種の記号を区別した場合の3!×4!通りずつの並べ方が同じものとみなされるから、求める総数は、

$$\frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times \cancel{6} \times 5 \times \cancel{4} \times \cancel{3} \times 2 \times 1}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{1} \times \cancel{4} \times \cancel{3} \times 2 \times 1} = \boxed{35}$$

- (2) $A_1, A_2, A_3, A_4, B_5, \dots, C_{11}$ と、同種の文字も区別すると、その並べ方は11!通り。同種の文字の区別をなくすと、同種の文字を区別した場合の4!×2!×5!通りずつの並べ方が同じものとみなされるから、求める総数は、

$$\frac{11!}{4! \times 2! \times 5!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times \cancel{8} \times 7 \times \cancel{6} \times \cancel{5!}}{\cancel{24} \times 2 \times \cancel{5!}} = \boxed{6930}$$

H4.3

- (1) 10人から4人を選んで並べる方法は、 $10 \times 9 \times 8 \times 7$ 通り。10人から4人選ぶ方法の各々に対し、選んだ4人を並べる方法が4!通りずつあるから、4人を選ぶ方法は、

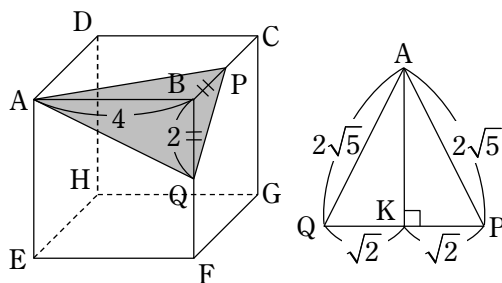
$$\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4!} = \frac{10 \times \cancel{9} \times \cancel{8} \times 7}{\cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times 1} = \boxed{210} \text{通り。}$$

- (2) (1)で考えた選び方のうち、男子ばかりを4人選ぶ選び方が5通り(5人のうち誰を選ばないかを決める方法の総数)、同様に女子ばかりを4人選ぶ方法も5通りある。したがって、男女が少なくとも一人いる選び方は

$$210 - 5 - 5 = \boxed{200} \text{通り。}$$

H4.4

- i) 切断面は三角形APQとなる。



この三角形は

$$AP = AQ = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$$

$$PQ = 2\sqrt{2}$$

の二等辺三角形で、A から PQ に下した垂線の足を K とおくと、

$$AK^2 = AP^2 - PK^2$$

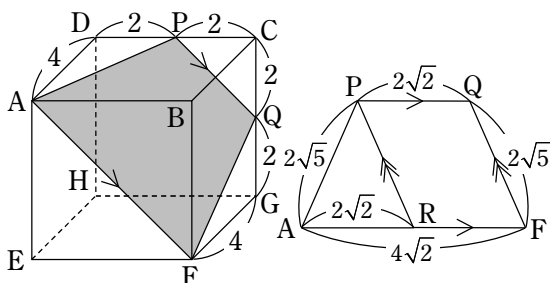
$$= (2\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2 = 20 - 2 = 18$$

$$\therefore AK = 3\sqrt{2}$$

よって、面積は

$$\frac{1}{2} \times PQ \times AK = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = \boxed{6}$$

- ii) 切断面と面 ABFE の交線は A を通り PQ と平行な線分になるので、正方形 ABFE の対角線 AF となる。したがって、切断面は四角形 APQF となる。



この四角形は

$$AP = FQ = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$$

$$PQ = 2\sqrt{2}, AF = 4\sqrt{2}$$

の等脚台形。P を通り QF に平行な直線と AF の交点を R とすることで平行四辺形 PQFR を描くと、 $\triangle PRA$ は(1)の $\triangle APQ$ と三辺相等で合同になるので、この等脚台形の高さは、(1)の $\triangle APQ$ の高さ AK と等しく、 $3\sqrt{2}$ 。

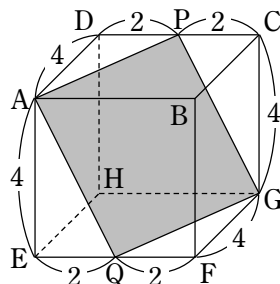
よって、APQF の面積は

$$\frac{1}{2} \times (AF + PQ) \times 3\sqrt{2}$$

$$= \frac{1}{2} \times (4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) \times 3\sqrt{2}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = \boxed{18}$$

- iii) 切断面と面 EFGH との交線は、Q を通り AP と平行な線分なので QG となり、切断面と CDHG との交線は P を通り AQ と平行な線分なので PG となる。したがって、切断面は四角形 APGQ となる。

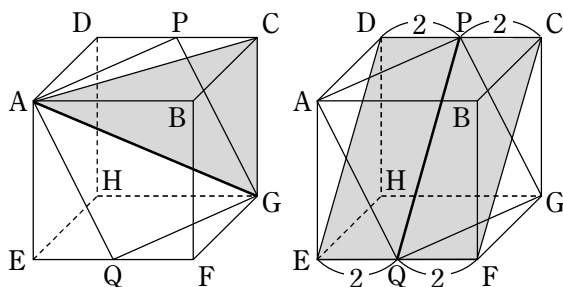


この四角形は

$AP = GP = GQ = AQ = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ なのでひし形。よって、面積は対角線の長さを用いて、

$$\frac{1}{2} \times AG \times PQ$$

と計算できる。



AG の長さは、 $\angle ACG = 90^\circ$ より $\triangle ACG$ でピタゴラスの定理を用いて

$$AG^2 = AC^2 + CG^2 = (4\sqrt{2})^2 + 4^2 = 48$$

$$\therefore AG = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

PQ は長方形 DCFE の辺 DC, EF の中点 P, Q をつないだ線分なので、

$$PQ = DE = 4\sqrt{2}$$

よって、APGQ の面積は

$$\frac{1}{2} \times AG \times PQ = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{2} = \boxed{8\sqrt{6}}$$