

中2数学BC入会講座 2019年度冬期講習 本問解答

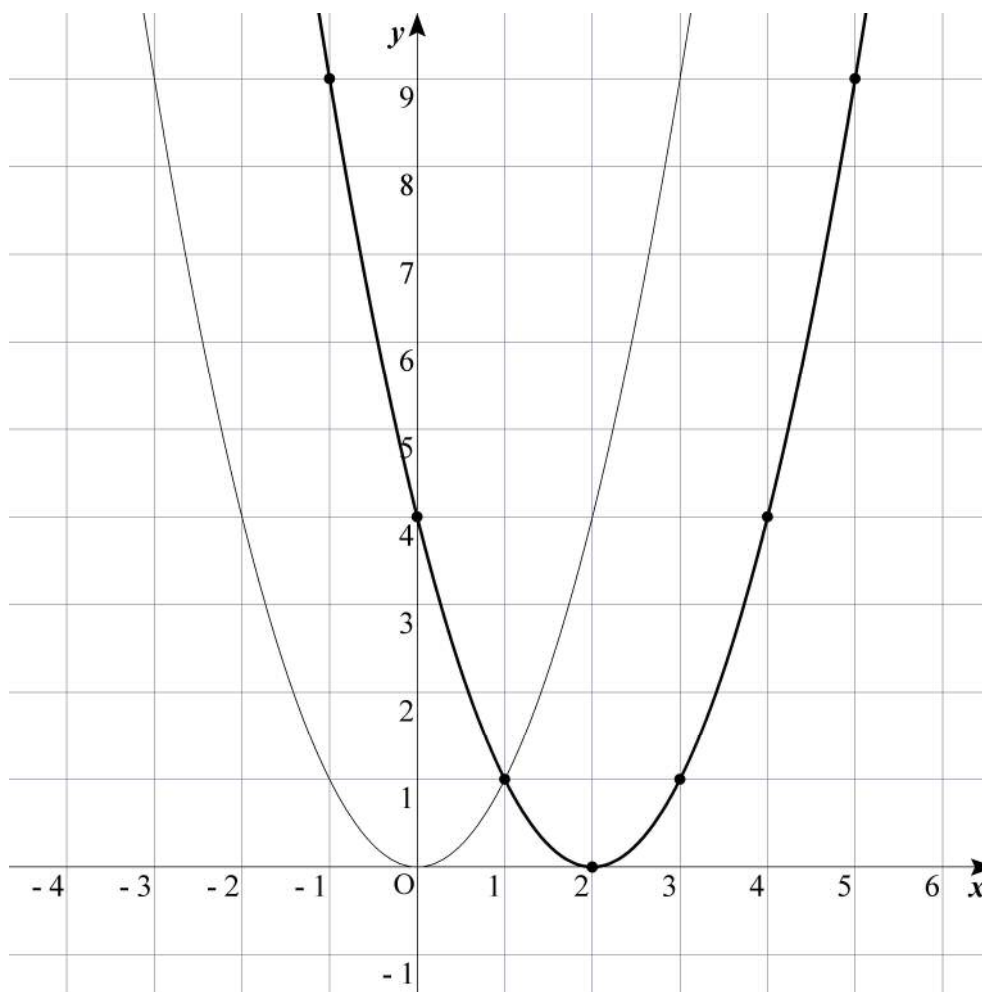
§2 平方完成と2次関数のグラフ

※ 欠席してしまった場合は、問 2.1～問 2.3, 問 2.5 を（余裕があれば問 2.6 も）自分で確認し、p.19 の宿題 H2.1, H2.2 に取り組んで提出してください。

問2.1

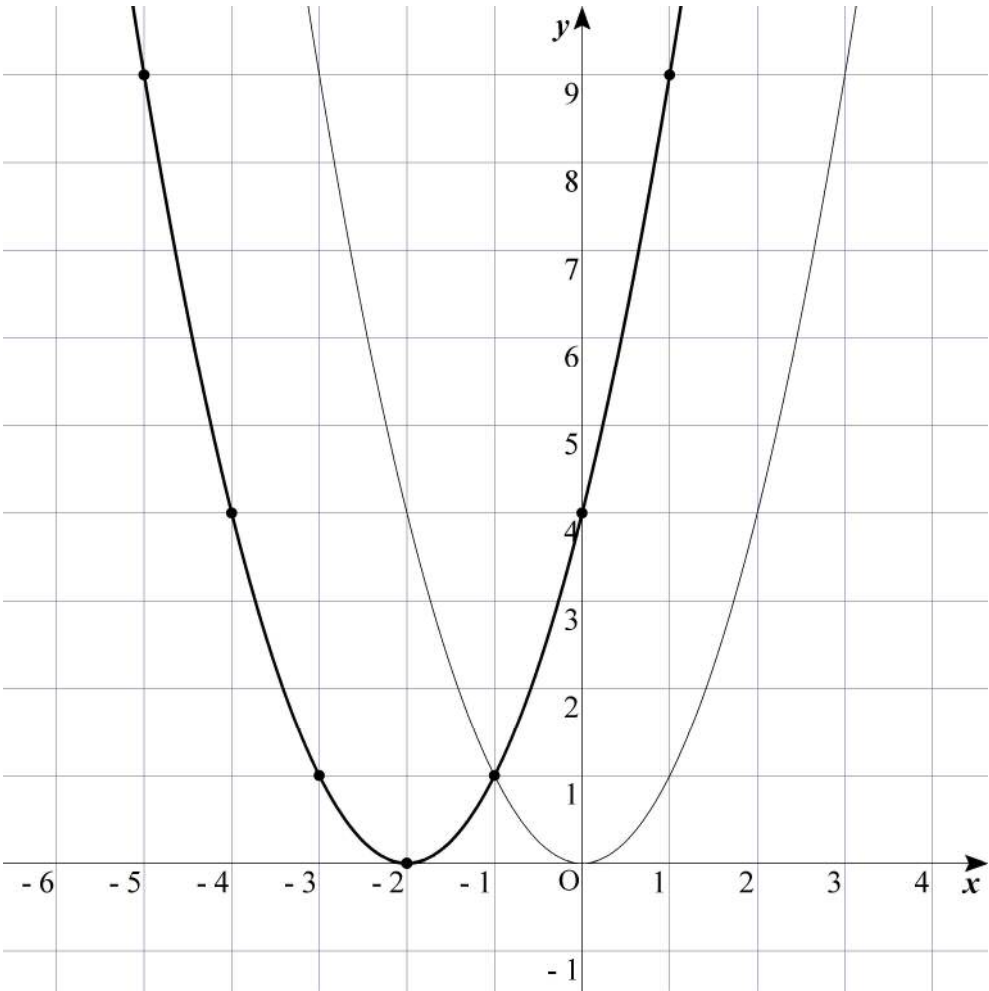
(1)

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x^2	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25
$(x-2)^2$	49	36	25	16	9	4	1	0	1	4	9



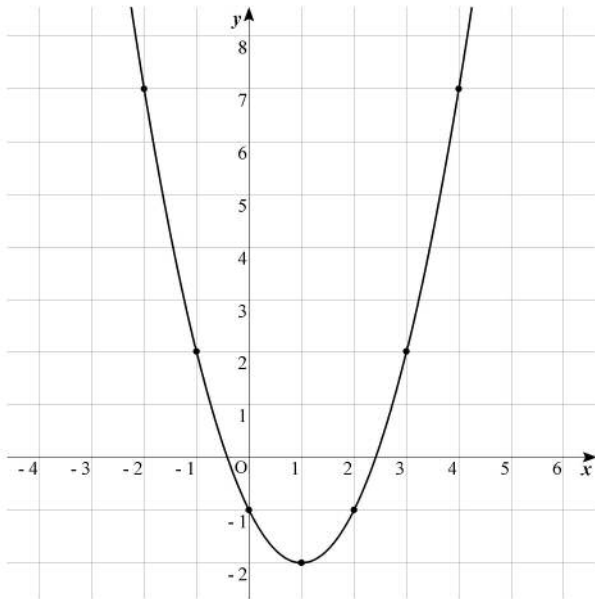
(2)

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x^2	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25
$(x+2)^2$	9	4	1	0	1	4	9	16	25	36	49



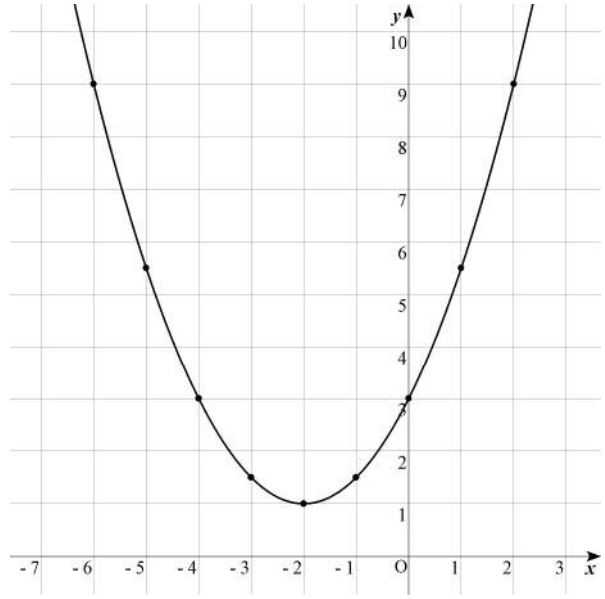
問2.2

(1) $y = (x-1)^2 - 2$



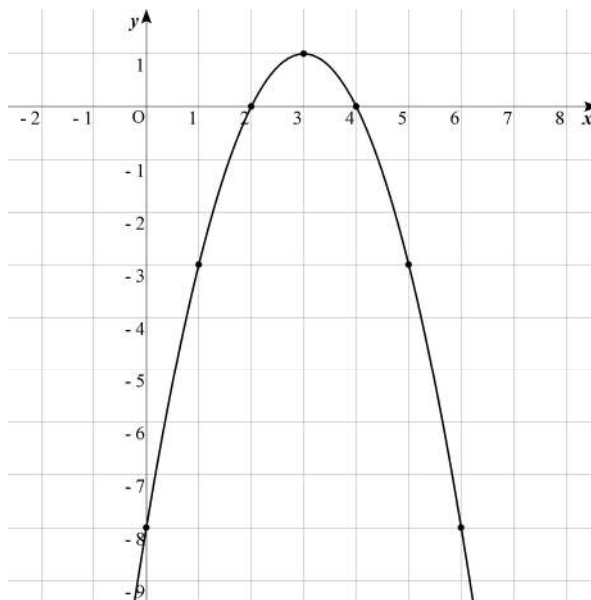
最大値はなし、最小値は-2

(2) $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 1$



最大値はなし、最小値は1

(3) $y = -(x-3)^2 + 1$



最大値は1，最小値はなし

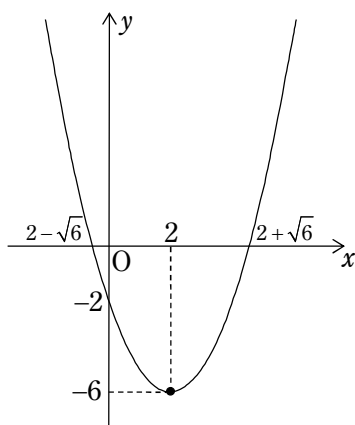
問2.3

- (1) $x^2 + 2x + \boxed{1} = (x + \boxed{1})^2$
 (2) $x^2 - 4x + \boxed{4} = (x + \boxed{-2})^2$
 (3) $x^2 + 6x + \boxed{9} = (x + \boxed{3})^2$
 (4) $x^2 - x + \boxed{\frac{1}{4}} = (x + \boxed{-\frac{1}{2}})^2$
 (5) $x^2 + \frac{1}{2}x + \boxed{\frac{1}{16}} = (x + \boxed{\frac{1}{4}})^2$

問2.4

- (1) $y = x^2 - 4x - 2 \dots\dots\dots \textcircled{1}$
 $= x^2 - 4x + 4 - 6$
 $= (x - 2)^2 - 6$

なので、①のグラフは、 $y = x^2$ のグラフを、
 頂点が $(2, -6)$ となるように平行移動したものである。

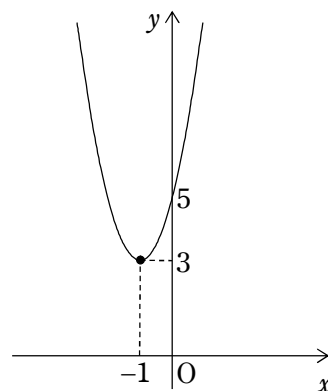


①より、 y 切片は -2
 x 切片は

$$\begin{aligned} (x-2)^2 - 6 &= 0 \\ (x-2)^2 &= 6 \\ x-2 &= \pm\sqrt{6} \\ \therefore x &= 2 \pm \sqrt{6} \end{aligned}$$

- (2) $y = 2x^2 + 4x + 5 \dots\dots\dots \textcircled{1}$
 $= 2\left(x^2 + 2x + \frac{5}{2}\right)$
 $= 2\left(x^2 + 2x + 1 - 1 + \frac{5}{2}\right)$
 $= 2\left\{(x+1)^2 + \frac{3}{2}\right\}$
 $= 2(x+1)^2 + 3$

なので、①のグラフは、 $y = 2x^2$ のグラフを、
 頂点が $(-1, 3)$ となるように平行移動したものである。



①より、 y 切片は 5
 x 切片はない。

問2.5

(1) $y = 2x^2 - 8x - 1$ ①

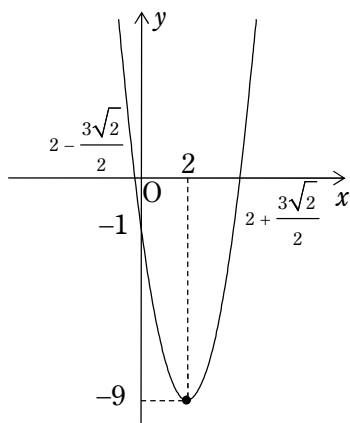
$$= 2 \left(x^2 - 4x - \frac{1}{2} \right)$$

$$= 2 \left\{ (x^2 - 4x + 4) - 4 - \frac{1}{2} \right\}$$

$$= 2 \left\{ (x-2)^2 - \frac{9}{2} \right\}$$

$$= 2(x-2)^2 - 9$$

なので、①のグラフは、 $y = 2x^2$ のグラフを、頂点が $(2, -9)$ となるように平行移動したものである。



①より、 y 切片は -1

x 切片は

$$(x-2)^2 - \frac{9}{2} = 0$$

$$(x-2)^2 = \frac{9}{2}$$

$$x-2 = \pm \frac{3}{\sqrt{2}} = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore x = 2 \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

(2) $y = -x^2 - 4x + 6$ ①

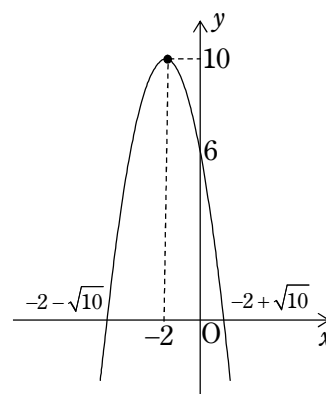
$$= -(x^2 + 4x - 6)$$

$$= -\{(x^2 + 4x + 4) - 10\}$$

$$= -\{(x+2)^2 - 10\}$$

$$= -(x+2)^2 + 10$$

なので、①のグラフは、 $y = -x^2$ のグラフを、頂点が $(-2, 10)$ となるように平行移動したものである。



①より、 y 切片は 6

x 切片は

$$-\{(x+2)^2 - 10\} = 0$$

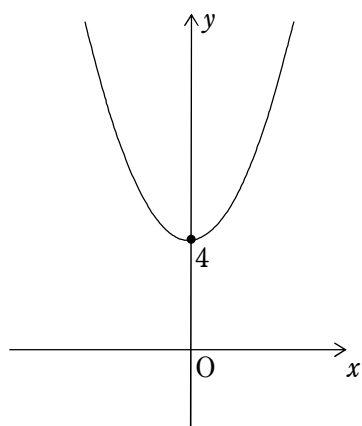
$$(x+2)^2 = 10$$

$$x+2 = \pm\sqrt{10}$$

$$\therefore x = -2 \pm \sqrt{10}$$

(3) $y = x^2 + 4$ ①

のグラフは、 $y = x^2$ のグラフを、頂点が $(0, 4)$ となるように平行移動したものである。



①より、 y 切片は4
 x 切片はない。

問2.6

正三角形の1辺の長さを x ($0 < x < 5$) とおく。

正六角形の1辺の長さは $10 - 2x$ となる。

まず、1辺 a の正三角形の面積を求めておこう。

高さは $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ (右下図) だから、面積は

$$\frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

である。問題の図形は、1辺 x の正三角形2個と1辺 $10 - 2x$ の正三角形6個に分割できるから、その合計面積を S とおくと、

$$S = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4}(10 - 2x)^2$$

である。これを展開・整理すると、

$$\begin{aligned} S &= \frac{\sqrt{3}}{2} \{x^2 + 3(10 - 2x)^2\} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \{x^2 + 3(100 - 40x + 4x^2)\} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} (13x^2 - 120x + 300) \\ &= \frac{13\sqrt{3}}{2} \left(x^2 - \frac{120}{13}x + \frac{300}{13} \right) \end{aligned}$$

となる。よって、

$$y = x^2 - \frac{120}{13}x + \frac{300}{13} = \left(x - \frac{60}{13} \right)^2 + \text{定数}$$

が最小のとき、 S も最小となる。この関数は

$x = \frac{60}{13}$ で最小となり、

$0 < \frac{60}{13} < \frac{65}{13} = 5$ だから、合計面積 S が最小となる

ような正三角形

の1辺の長さは $\frac{60}{13}$ である。

※ 上記の「定数」を求めると、

$$-\frac{60^2}{13^2} + \frac{300}{13} = \frac{-3600 + 3900}{13^2} = \frac{300}{13^2}$$

なので、 S の最小値は

$$\frac{13\sqrt{3}}{2} \times \frac{300}{13^2} = \frac{150\sqrt{3}}{13}$$

