

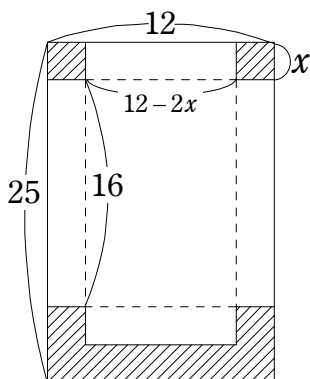
中2数学BC入会講座 2019年度冬期 本問解答

§4 2次関数の最大・最小

※ 欠席してしまった場合は、問 4.1, 問 4.2 を自分で確認してください。

問4.1

D)
(1)



x がみたすべき条件は、

$$\begin{cases} x > 0 \\ 12 - 2x > 0 \\ 25 - 2x \geq 16 \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} 0 < x \\ x < 6 \\ x \leq \frac{9}{2} \end{cases}$$

である。これより、 x の範囲は

$$\boxed{0 < x \leq \frac{9}{2}} \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

(2) 箱の容積を y とすると、

$$y = 16 \times (12 - 2x) \times x$$

これは x の 2 次関数である。平方完成すると、

$$y = 16 \times 2 \times (6 - x) \times x$$

$$= -32(x^2 - 6x)$$

$$= -32\{(x - 3)^2 - 9\}$$

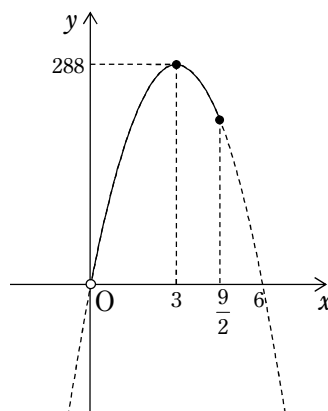
$$= -32(x - 3)^2 + 288$$

となる。

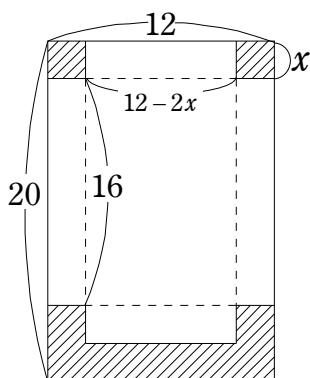
$x = 3$ は①の範囲に含まれているので、このとき、 y が最大になる。

したがって、箱の容積の最大値は

$$\boxed{288 \text{ (} x = 3 \text{ のとき)}}$$



II)



x がみたすべき条件は、

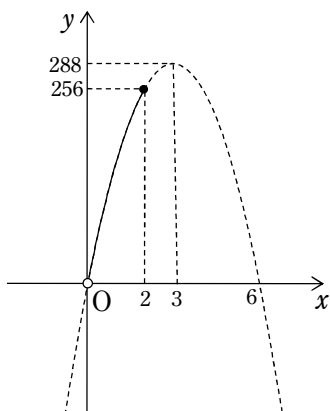
$$\begin{cases} x > 0 \\ 12 - 2x > 0 \\ 20 - 2x \geq 16 \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} 0 < x \\ x < 6 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

である。これより、 x の範囲は

$$0 < x \leq 2 \quad \text{..... ②}$$

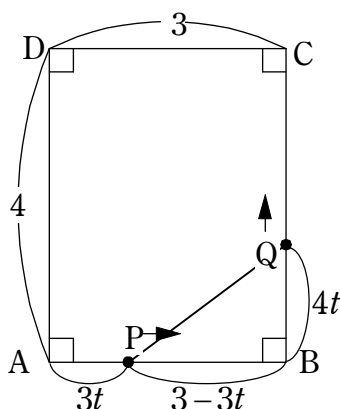
となる。箱の容積 y を x の関数として表すと I)(2)と同じになるが、 $x = 3$ は②の範囲に含まれていないことに注意する。②より、グラフは下図のようになり、箱の容積の最大値は

$$256 \text{ (} x = 2 \text{ のとき)}$$



問4.2

(1)



P, Q の速度は一定で、時刻 1 で P は 3 進み、Q は 4 進むので、時刻 t で P は $3t$ 進み、Q は $4t$ 進む。したがって、時刻 t のとき、

$$PB = AB - AP = \boxed{3 - 3t},$$

$$QB = \boxed{4t}$$

(2) $\triangle PBQ$ にピタゴラスの定理を用いて、

$$PQ^2 = PB^2 + QB^2$$

$$= (3 - 3t)^2 + (4t)^2$$

$$= 9 - 18t + 9t^2 + 16t^2$$

$$= \boxed{25t^2 - 18t + 9}$$

(3) PQ が最小になるのは PQ^2 が最小となるときである。(2)の結果を平方完成すると、

$$PQ^2 = 25 \left(t^2 - \frac{18}{25}t \right) + 9$$

$$= 25 \left\{ \left(t - \frac{9}{25} \right)^2 - \left(\frac{9}{25} \right)^2 \right\} + 9$$

$$= 25 \left(t - \frac{9}{25} \right)^2 - \frac{81}{25} + 9$$

となる。ここで t の範囲は $0 \leq t \leq 1$ だから、

PQ^2 は $t = \frac{9}{25}$ のとき最小値

$-\frac{81}{25} + 9 = \frac{144}{25}$ をとる。したがって、

$t = \frac{9}{25}$ のとき PQ は最小値

$\sqrt{\frac{144}{25}} = \frac{12}{5}$ をとる。

