中2数学BC入会講座 2019年度冬期 宿題解答
§3 グラフで考えよう

H3.1

(1)のみ丁寧に論じ、(2)～(4)は略解とする。

(1) $y=x^2+2x$
$=(x^2+2x+1)-1$
$=(x+1)^2-1$

より、この関数のグラフは、頂点が $(-1,-1)$ の下に凸な放物線である。
よって、x が $-2 \leqq x \leqq 2$ を変化するときの

最小値は $\boxed{y=-1 \quad (x=-1)}$

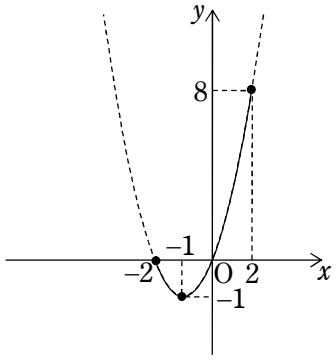
である。また、$x=2$ の方が $x=-2$ よりも $x=-1$ から離れているので、$x=2$ で最大になると分かる。$x=2$ のとき、

$y=2^2+2\times 2=8$

だから、

最大値は $\boxed{y=8 \quad (x=2)}$

である。

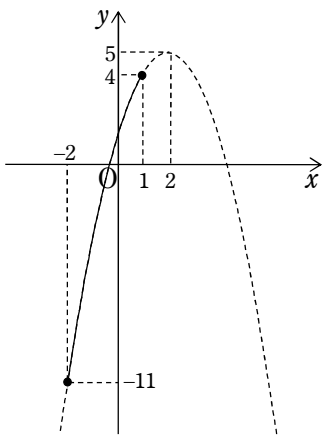


(2) $y=-x^2+4x+1$
$=-(x^2-4x)+1$
$=-(x^2-4x+4)+4+1$
$=-(x-2)^2+5$

より、$-2 \leqq x \leqq 1$ におけるこの関数のグラフは次の図のよう。よって、

最大値は $\boxed{y=4 \quad (x=1)}$

最小値は $\boxed{y=-11 \quad (x=-2)}$

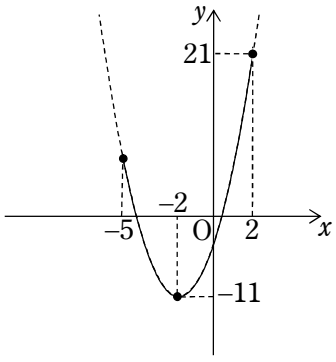


(3) $y=2x^2+8x-3$
$=2(x^2+4x)-3$
$=2(x^2+4x+4)-2\times 4-3$
$=2(x+2)^2-11$

より、$-5 \leqq x \leqq 2$ におけるこの関数のグラフは下図のよう。よって、

最大値は $\boxed{y=21 \quad (x=2)}$

最小値は $\boxed{y=-11 \quad (x=-2)}$



(4) $y=-\frac{1}{2}x^2-4x+7$

$=-\frac{1}{2}(x^2+8x)+7$

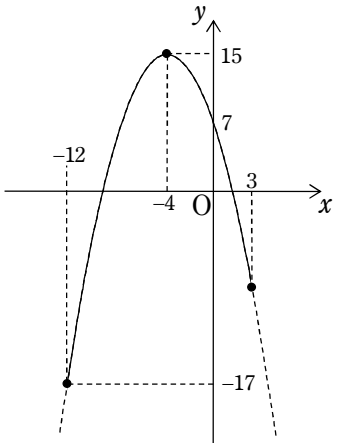
$=-\frac{1}{2}(x^2+8x+16)+\frac{1}{2}\times16+7$

$=-\frac{1}{2}(x+4)^2+15$

より、$-12 \leqq x \leqq 3$ におけるこの関数のグラフは次の図のよう。よって、

最大値は $\boxed{y=15 \quad (x=-4)}$

最小値は $\boxed{y=-17 \quad (x=-12)}$



H3.2

(1) $x^2-3x-1<0$ ……①

の解は、$y=x^2-3x-1$ のグラフで y 座標が負となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めると、

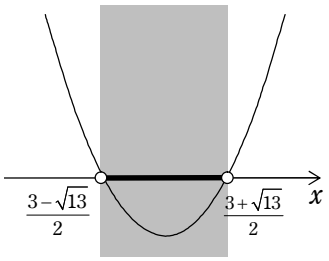
$x^2-3x-1=0$

$x^2-3x+\frac{9}{4}=1+\frac{9}{4}$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$

$x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{13}}{2}$

$\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$



よって、図より、①の解は

$\boxed{\frac{3-\sqrt{13}}{2}<x<\frac{3+\sqrt{13}}{2}}$

(2) $2x^2-8x+9>0$ ……①

の解は、$y=2x^2-8x+9$ のグラフで y 座標が正となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めようとすると、

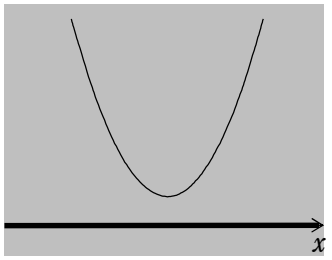
$2x^2-8x+9=0$

$x^2-4x+\frac{9}{2}=0$

$x^2-4x+4=-\frac{9}{2}+4$

$(x-2)^2=-\frac{1}{2}$

となり、これを満たす実数は存在しないので、グラフは x 軸と共有点を持たないことが分かる。

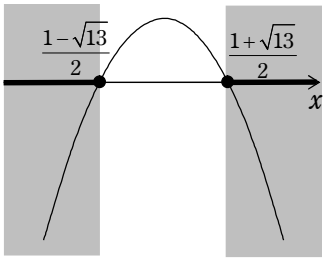


よって、図より、①の解は $\boxed{\text{全実数}}$

(3)　$-x^2+x+3 \leqq 0$　……①

の解は、$y=-x^2+x+3$ のグラフで y 座標が 0 以下となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めると、

$$-x^2+x+3=0$$
$$x^2-x-3=0$$
$$x^2-x+\frac{1}{4}=3+\frac{1}{4}$$
$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$$
$$x-\frac{1}{2}=\pm\frac{\sqrt{13}}{2}$$
$$\therefore x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$$



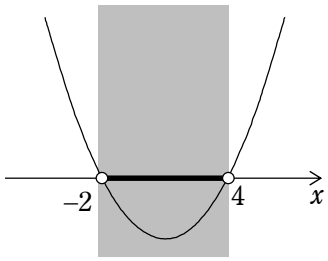
よって、図より、①の解は

$$\boxed{x \leqq \frac{1-\sqrt{13}}{2},\ \frac{1+\sqrt{13}}{2} \leqq x}$$

(4)　$x^2-2x-8<0$　……①

の解は、$y=x^2-2x-8$ のグラフで y 座標が負となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めると、

$$x^2-2x-8=0$$
$$(x+2)(x-4)=0$$
$$\therefore x=-2,4$$



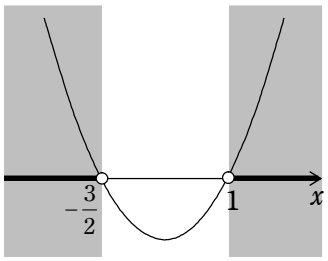
よって、図より、①の解は

$$\boxed{-2<x<4}$$

(5)　$0<2x^2+x-3$　……①

の解は、$y=2x^2+x-3$ のグラフで y 座標が正となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めると、

$$2x^2+x-3=0$$
$$x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}=0$$
$$\left(x+\frac{3}{2}\right)(x-1)=0$$
$$\therefore x=-\frac{3}{2},1$$



よって、図より、①の解は

$$\boxed{x<-\frac{3}{2},\ 1<x}$$

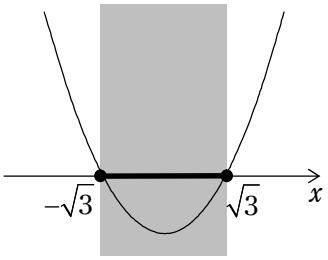
(6)　$3x^2-9 \leqq 0$　……①

の解は、$y=3x^2-9$ のグラフで y 座標が 0 以下となるような x の範囲である。グラフの x 切片を求めると、

$3x^2-9=0$

$x^2=3$

$\therefore x=\pm\sqrt{3}$



よって、図より、①の解は

$\boxed{-\sqrt{3} \leqq x \leqq \sqrt{3}}$