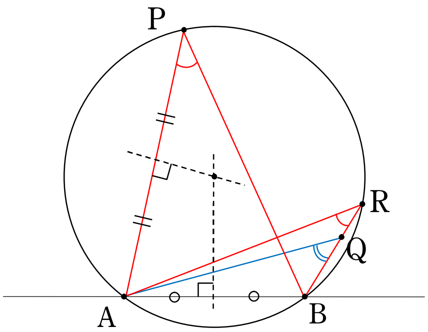
中2数学B 2019年度冬期 本問解答
§3 共円条件

※ 欠席してしまった場合は、問 3.2, 問 3.3, 問 3.4 を自分で確認し、p.19 の宿題 H3.1 に取り組んで提出してください。(余裕があれば問 3.5, H3.2 にも取り組みましょう。)

問3.1



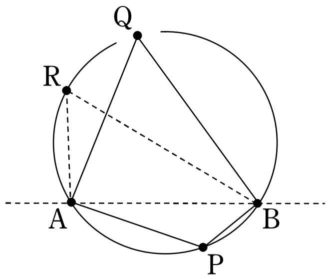
△ABP の外接円を描く。(その外心は、線分 AB の垂直二等分線と線分 AP の垂直二等分線の交点として作図できる。) すると Q がその円の内部にあることが分かる。BQ と円の B 以外の交点を R とすると、

$\angle AQB = \angle ARB + \angle RAQ$
(△AQR で外角定理)
$> \angle ARB$
$= \angle APB$ (円周角の定理)

したがって、AB を見込む角は、∠APB よりも $\boxed{\angle AQB \text{ の方が大きい。}}$

問3.2

△APB の外接円 O の、P を含まない方の弧 AB 上に勝手な点 R を取る。



すると、APBR は円に内接する四角形なので、

$\angle ARB = 180° - \angle APB$

一方、仮定より

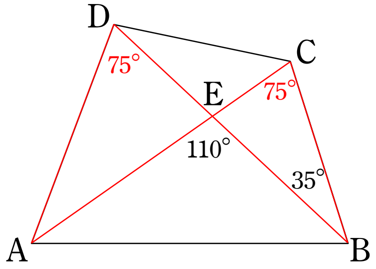
$\angle AQB = 180° - \angle APB$

したがって、∠ARB = ∠AQB であるから、円周角の定理の逆により、点 Q も円 O 上にある。したがって、A, P, B, Q が同一円周上にあることが示された。

(q.e.d.)

問3.3

(1)



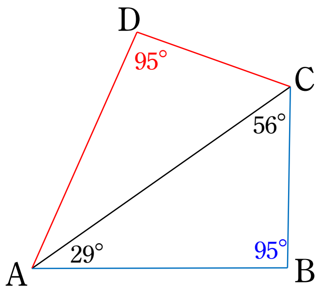
AC と BD の交点を E とする。△BCE に外角定理を用いて、

$\angle ACB = 110° - 35° = 75°$

よって、$\angle ACB = \angle ADB$ なので、円周角の定理の逆により、4 点 A, B, C, D は

$\boxed{\text{同一円周上にある。}}$

(2)



△ABC の内角の和を考えて、

$\angle ABC = 180° - 29° - 56° = 95°$

もし、D が△ABC の外接円 O の周上にあるなら、内接四角形の定理により、

$\angle ADC = 180° - \angle ABC = 85°$

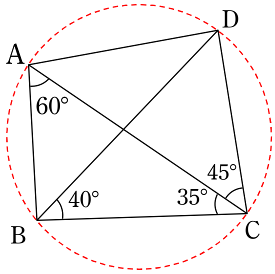
となるはずである。ところが、$\angle ADC = 95° \neq 85°$ であるから、D は円 O の周上にはない。したがって、4 点 A, B, C, D は

$\boxed{\text{同一円周上にない。}}$

※ $\angle ADC = 95° > 85° = 180° - \angle ABC$ だから、D は△ABC の外接円の内部にある。

問3.4

(1)



△BCD の内角和を考えて、

$\angle BDC = 180° - 40° - (35° + 45°)$

$= 60°$

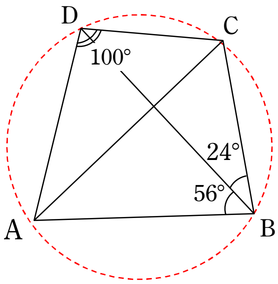
よって、

$\angle BAC = \angle BDC$

だから、円周角の定理の逆により、4 点 A, B, C, D は同一円周上にある。したがって、円周角の定理より、

$\angle CAD = \angle CBD = \boxed{40°}$

(2)



$\angle ADC + \angle ABC = 100° + (56° + 24°)$

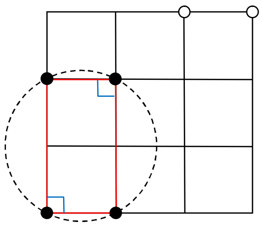
$= 180°$

だから、内接四角形の定理の逆により、4 点 A, B, C, D は同一円周上にある。したがって、円周角の定理より、

$\angle CAD = \angle CBD = \boxed{24°}$

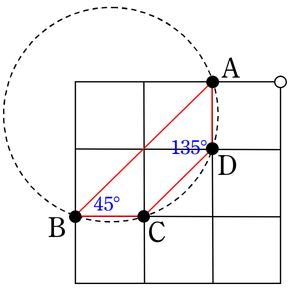
問3.5

(1)



図の 4 点の黒丸は長方形の頂点をなすから同一円周上にある。
（長方形は、その向い合う角の和が
$$90° + 90° = 180°$$
であるから、円に内接している。）

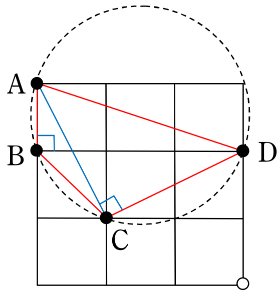
(2)



図において、
$\angle ABC = 45°, \quad \angle ADC = 135°$
$\therefore\ \angle ABC + \angle ADC = 180°$
だから、内接四角形の定理の逆により、A, B, C, D は同一円周上にある。

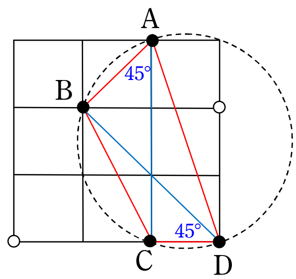
※　一般に等脚台形は円に内接する。

(3)



$$[\text{ACの傾き}] \times [\text{CDの傾き}]$$
$$= -2 \times \frac{1}{2}$$
$$= -1$$
だから、$\angle ACD = 90°$ である。
一方、$\angle ABD = 90°$ だから、
$$\angle ACD = \angle ABD$$
したがって、円周角の定理の逆により、A, B, C, D は同一円周上にある。

(4)



図において、
$\angle BAC = \angle BDC\ (= 45°)$
だから、円周角の定理の逆により、A, B, C, D は同一円周上にある。