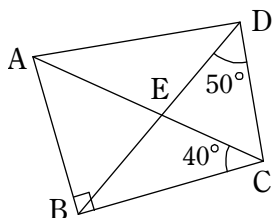


中2数学C 2019年度冬期 宿題解答

§3 共円条件

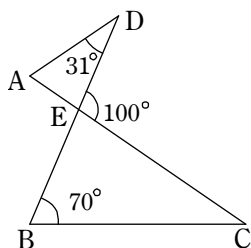
H3.1

(1)



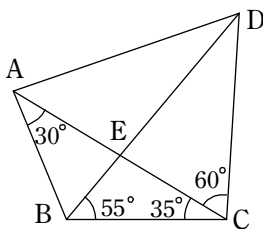
△ABC の内角和に着目して、
 $\angle BAC = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$
 よって、 $\angle BAC = \angle BDC$ なので、円周角の定理の逆により、A, B, C, D は同一円周上にある。つまり D は△ABC の外接円の周上にある。

(2)



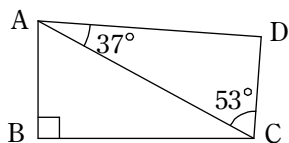
△BCE に外角定理を用いて、
 $\angle ACB = 100^\circ - 70^\circ = 30^\circ$
 よって、 $\angle ADB > \angle ACB$ であるから、D は△ABC の外接円の内部にある。

(3)



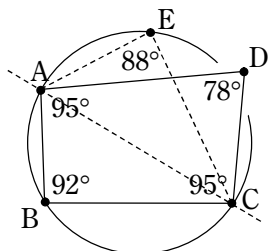
△BCD の内角和に着目して、
 $\angle BDC = 180^\circ - 55^\circ - (35^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$
 よって、 $\angle BDC = \angle BAC$ だから、円周角の定理の逆により、D は△ABC の外接円の周上にある。

(4)



△ACD の内角和に着目して、
 $\angle ADC = 180^\circ - 37^\circ - 53^\circ = 90^\circ$
 よって、 $\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$ だから内接四角形の定理の逆により、D は△ABC の外接円の周上にある。

- (5) $\triangle ABC$ の外接円の、B を含まない方の弧 AC 上に勝手な点 E を取る。



すると、ABCE は円に内接する四角形なので、

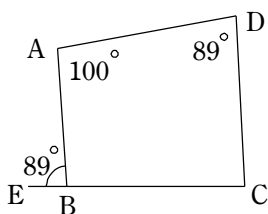
$$\angle AEC = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ$$

一方、ABCD の内角和に注目して

$$\angle ADC = 360^\circ - 95^\circ - 95^\circ - 92^\circ = 78^\circ$$

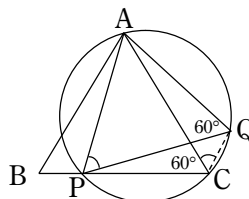
したがって、 $\angle ADC < \angle AEC$ であり、D は $\triangle ABC$ の外接円の外部にある。

(6)



CB の B 側の延長上に点 E を取ると、 $\angle ABE = \angle ADC$ なので、内接四角形の定理の逆により、D は $\triangle ABC$ の外接円の周上にある。

H3.2



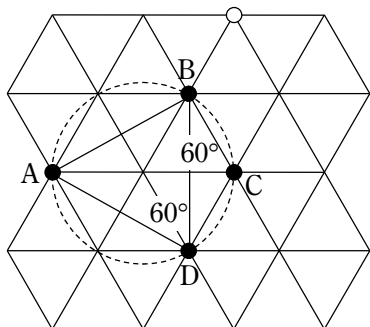
- (1) $\triangle ABC$, $\triangle APQ$ はともに正三角形だから、 $\angle ACP = \angle AQP (= 60^\circ)$

したがって、円周角の定理の逆により、A, P, C, Q は同一円周上にある。

- (2) $\angle ACQ = \angle APQ$ ((1)より、円周角の定理)
 $= 60^\circ$ ($\triangle APQ$ は正三角形)

H3.3

(1)



図において、

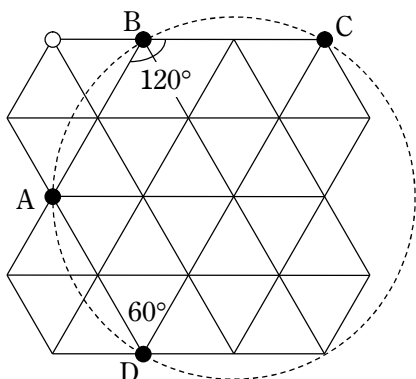
$$\angle ACB = \angle ADB (= 60^\circ)$$

だから、円周角の定理の逆により、A, B, C, D は同一円周上にある。

$$\angle BAD + \angle BCD = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

より、内接四角形の定理の逆を使ってもよい。

(2)



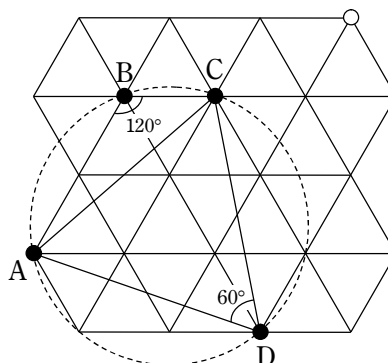
図において、

$$\angle ABC = 120^\circ, \angle ADC = 60^\circ$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

だから、内接四角形の定理の逆により、A, B, C, D は同一円周上にある。

(3)



図において、 $\triangle ACD$ は三辺の長さが等しく正三角形であることがわかるので、

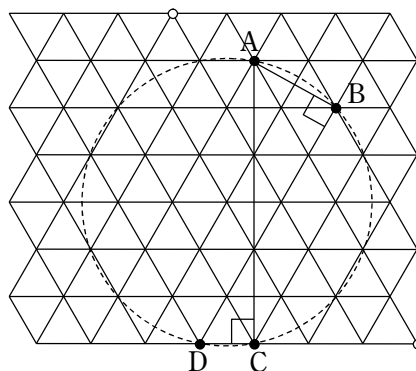
$$\angle ADC = 60^\circ$$

さらに、 $\angle ABC = 120^\circ$ だから、

$$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

内接四角形の定理の逆により、A, B, C, D は同一円周上にある。

(4)



図において、

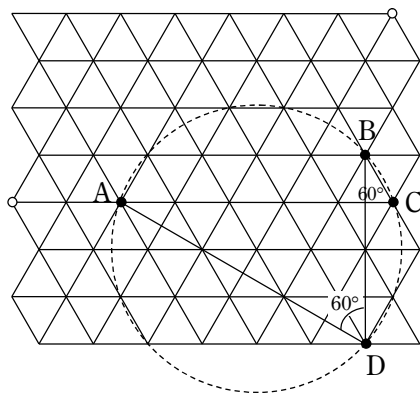
$$\angle ABD = \angle ACD (= 90^\circ)$$

だから、円周角の定理の逆により、A, B, C, D は同一円周上にある。

$$\angle BAC = \angle BDC (= 60^\circ)$$

も分かりやすい。

(5)



図において、

$$\angle ACB = \angle ADB (= 60^\circ)$$

だから、円周角の定理の逆により、A, B, C, D は同一円周上にある。

$$\angle CAD = \angle CBD (= 30^\circ)$$

も分かりやすい。

※ (1)～(5)とも、上記で示した4点以外の4点は同一円周上にならないことが（面倒ではあるが）確かめられる。