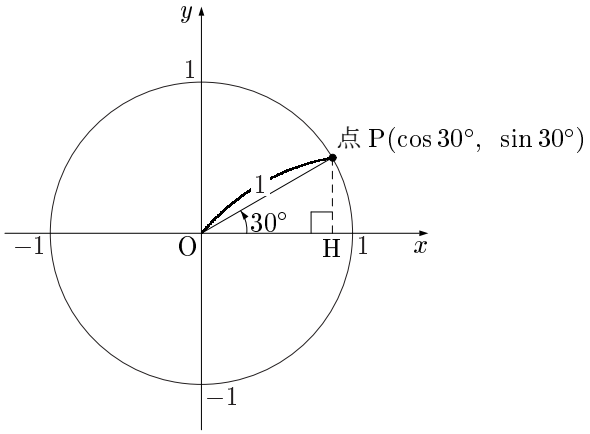
− 中3C　宿題プリント(1学期-1)　解答 −

宿題 1-1

(1)　$\cos 30°$，$\sin 30°$ の値を求めよ。

(2)　$\cos 120°$，$\sin 120°$ の値を求めよ。

(1)　下図の直角三角形 POH は、$30°, 60°, 90°$ の三角定規の形なので、

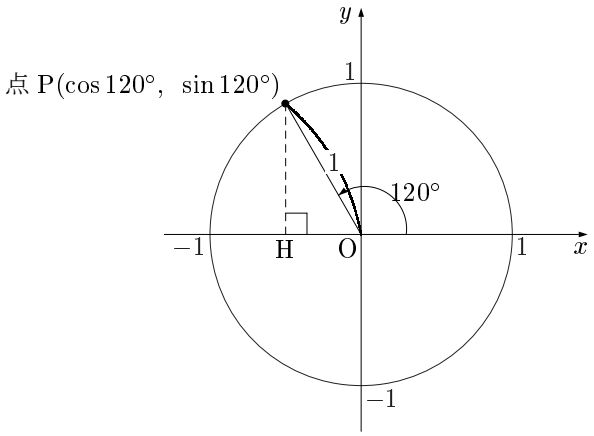


$\mathrm{OP} : \mathrm{OH} : \mathrm{PH} = 2 : \sqrt{3} : 1 = 1 : \dfrac{\sqrt{3}}{2} : \dfrac{1}{2}$

したがって、

$\cos 30° = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$，　$\sin 30° = \boxed{\dfrac{1}{2}}$

(2)　下図の直角三角形 POH は、$30°, 60°, 90°$ の三角定規の形なので、



$\mathrm{OP} : \mathrm{OH} : \mathrm{PH} = 2 : 1 : \sqrt{3} = 1 : \dfrac{1}{2} : \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

したがって、$\mathrm{P}\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ であり、

$\cos 120° = \boxed{-\dfrac{1}{2}}$，　$\sin 120° = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

宿題 1-2　$0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする。

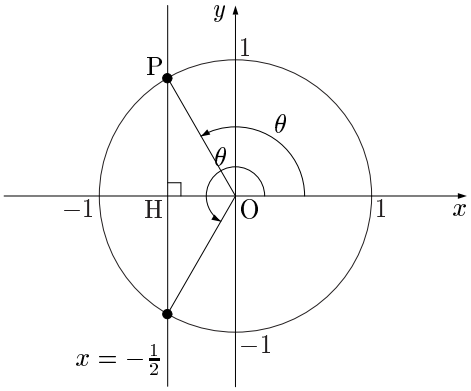
(1)　$\cos\theta = -\dfrac{1}{2}$ となる θ をすべて求めよ。

(2)　$\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ となる θ をすべて求めよ。

(3)　$\sin\theta = \dfrac{5}{13}$ のとき、$\cos\theta$ の値をすべて求めよ。

(1)　原点中心、半径 1 の円周上で、x 座標が $-\dfrac{1}{2}$ である点に注目する。

下図の直角三角形 OPH で $\mathrm{OH} : \mathrm{OP} = \frac{1}{2} : 1 = 1 : 2$ なので、$30°, 60°, 90°$ の三角定規の形である。



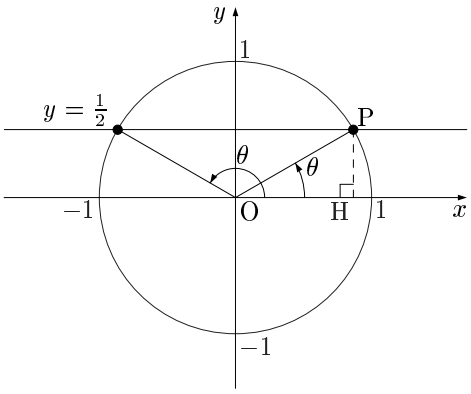
$\cos\theta = -\dfrac{1}{2}$ となる θ は　$0° \leqq \theta \leqq 180°$ も考えて、

$\boxed{\theta = 120°}$

($0° \leqq \theta < 360°$ の範囲なら、$\theta = 120°,\ 240°$)

(2)　原点中心、半径 1 の円周上で、y 座標が $\dfrac{1}{2}$ である点に注目する。

下図の直角三角形 OPH で $\mathrm{PH} : \mathrm{OP} = \frac{1}{2} : 1 = 1 : 2$ なので、$30°, 60°, 90°$ の三角定規の形である。



$\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ となる θ は　$0° \leqq \theta \leqq 180°$ も考えて、

$\boxed{\theta = 30°, 150°}$

(3) $(\cos\theta)^2+(\sin\theta)^2=1$ および $\sin\theta=\dfrac{5}{13}$ より、

$(\cos\theta)^2+\left(\dfrac{5}{13}\right)^2=1$

$(\cos\theta)^2=1-\dfrac{25}{169}=\dfrac{144}{169}$

$\cos\theta=\boxed{\pm\dfrac{12}{13}}$

宿題 1-3 以下の値をそれぞれ簡単にせよ。

(1) $\sqrt{12}\times\sqrt{27}\times\sqrt{50}$

(2) $\sqrt{1-\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2}$

(3) $\dfrac{\sqrt{45}}{\sqrt{20}}$

(4) $(\sqrt{2}-\sqrt{6})^2$

(1) $\sqrt{12}\times\sqrt{27}\times\sqrt{50}=2\sqrt{3}\times3\sqrt{3}\times5\sqrt{2}=\boxed{90\sqrt{2}}$

(2) $\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)^2}=\sqrt{1-\dfrac{1}{5}}=\sqrt{\dfrac{4}{5}}=\dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{5}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

$=\boxed{\dfrac{2\sqrt{5}}{5}}$

(3) $\dfrac{\sqrt{45}}{\sqrt{20}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}=\boxed{\dfrac{3}{2}}$

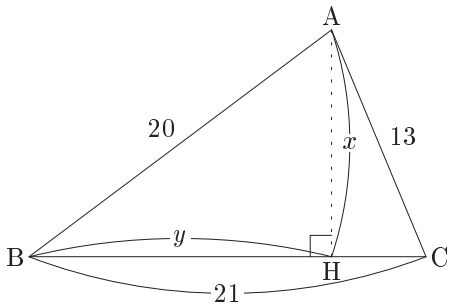
(4) $(\sqrt{2}-\sqrt{6})^2=\sqrt{2}^2-2\sqrt{2}\sqrt{6}+\sqrt{6}^2$

$=2-4\sqrt{3}+6=\boxed{8-4\sqrt{3}}$

宿題 1-4 三角形 ABC において、AB = 20, BC = 21, CA = 13 である。

(1) A から BC に下した垂線の足を H とするとき、BH の長さを求めよ。

(2) 三角形 ABC の面積 S を求めよ。



(1) $x=\mathrm{AH}$, $y=\mathrm{BH}$ とおくと、$\mathrm{CH}=21-y$ である。

△ABH でピタゴラスの定理 (三平方の定理) を用いると

$\mathrm{AH}^2+\mathrm{BH}^2=\mathrm{AB}^2$

$x^2+y^2=400\ \cdots①$

△ACH でピタゴラスの定理を用いると

$\mathrm{AH}^2+\mathrm{CH}^2=\mathrm{AC}^2$

$x^2+(21-y)^2=169\ \cdots②$

① − ② より

$y^2-(21-y)^2=231$

$\{y+(21-y)\}\{y-(21-y)\}=231$

$21(2y-21)=231$

$2y-21=11$

$2y=32$

$y=16\ \cdots③$

よって、$\boxed{\mathrm{BH}=16}$

(2) ①, ③ より、

$x^2+16^2=20^2$

$x^2=20^2-16^2=(20+16)(20-16)=36\cdot4$

$x>0$ なので、$x=6\cdot2=12$

よって、

$S=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{BC}\times\mathrm{AH}=\dfrac{1}{2}\times21\times12=\boxed{126}$

宿題 1-5　次の二次方程式を解け。

(1)　$x^2 = 3x$

(2)　$x^2 - x - 2 = 0$

(3)　$2x^2 - 5x - 3 = 0$

(1)　$x^2 = 3x$

$x^2 - 3x = 0$

$x(x-3) = 0$

$\boxed{x = 0, 3}$

(2)　$x^2 - x - 2 = 0$

$(x+1)(x-2) = 0$

$\boxed{x = -1, 2}$

(3)　$2x^2 - 5x - 3 = 0$

$(2x+1)(x-3) = 0$

$\boxed{x = -\frac{1}{2}, 3}$

宿題 1-6

表、裏の出る比が 2 : 1 である「インチキコイン」を 3 回投げるとき、次の確率を求めよ。

(1)　表、裏、裏の順に出る

(2)　表がちょうど 1 回出る

(3)　表が 1 回以上出る

1 回につき、表の出る確率は $\frac{2}{3}$、裏の出る確率は $\frac{1}{3}$ である。

(1)　表、裏、裏の順に出る確率は

$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \boxed{\frac{2}{27}}$

(2)　表がちょうど 1 回出るのは

a) 表、裏、裏

b) 裏、表、裏

c) 裏、裏、表

のいずれかの順に出た 3 通りに分類できる。

それぞれの順に出る確率は、どれも (1) で求めた $\frac{2}{27}$ と等しいから、表がちょうど 1 回出る確率は

$\frac{2}{27} + \frac{2}{27} + \frac{2}{27} = \frac{2}{27} \times 3 = \boxed{\frac{2}{9}}$

(3)　「表が 1 回以上出る」の余事象は、「3 回とも裏が出る」であり、その確率は

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$ である。

したがって、表が 1 回以上出る確率は

$1 - \frac{1}{27} = \boxed{\frac{26}{27}}$

別解

「表が 1 回以上出る」のは、

ア) 表がちょうど 1 回出る

イ) 表がちょうど 2 回出る

ウ) 表がちょうど 3 回出る

のいずれか。

このうち、ア) の確率は (2) で求めてある。

イ) の確率は (2) と同様に考えて

$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times 3 = \frac{4}{9}$

ウ) の確率は

$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$

以上より、表が 1 回以上出る確率は

$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} = \boxed{\frac{26}{27}}$

2019.4.10 [OG]