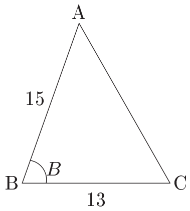
− 中 3C　宿題プリント (1 学期-2)　解答 −

宿題 2-1

> 右図の三角形 ABC で、$AB = 15$, $BC = 13$, $\cos B = \frac{1}{3}$ とする。
>
> (1) $\sin B$ を求めよ。
>
> (2) 三角形 ABC の面積 S を求めよ。
>
> (3) CA の長さを求めよ。



(1) $(\cos B)^2 + (\sin B)^2 = 1$ なので、

$(\sin B)^2 = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$

$\sin B = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$0^\circ < B < 180^\circ$ なので、$\sin B > 0$ だから、

$\sin B = \boxed{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$

(2) $S = \frac{1}{2}\mathrm{BC}\cdot\mathrm{BA}\cdot\sin B = \frac{1}{2}\cdot 13\cdot 15\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3} = \boxed{65\sqrt{2}}$

(3) A から BC に下した垂線を AH とおくと、

$\mathrm{BH} = \mathrm{AB}\cos B = 15\cdot\frac{1}{3} = 5$

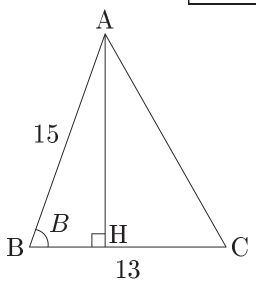
$\mathrm{AH} = \mathrm{AB}\sin B = 15\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3} = 10\sqrt{2}$

$\mathrm{CH} = \mathrm{BC} - \mathrm{BH} = 13 - 5 = 8$

直角三角形 ACH でピタゴラスの定理を用いて、

$\mathrm{AC}^2 = \mathrm{CH}^2 + \mathrm{AH}^2 = 8^2 + (10\sqrt{2})^2 = 264$

$\mathrm{AC} > 0$ なので、$\mathrm{AC} = \boxed{2\sqrt{66}}$



宿題 2-2

> $\sin\theta = \frac{3}{4}$, $90^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする。このとき、$\cos\theta$ の値を求めよ。

$(\cos\theta)^2 + (\sin\theta)^2 = 1$ と $\sin\theta = \frac{3}{4}$ より、

$(\cos\theta)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1$

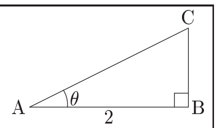
$(\cos\theta)^2 = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$

$\cos\theta = \pm\frac{\sqrt{7}}{4}$

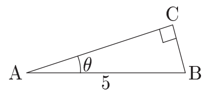
$90^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ より、$\cos\theta \leqq 0$ なので、$\cos\theta = \boxed{-\frac{\sqrt{7}}{4}}$

宿題 2-3

> (1)
>
> 右図の直角三角形 ABC で、$AB = 2$, $\cos\theta = \frac{5}{6}$ とする。このとき、BC, CA の長さを求めよ。



> (2)
>
> 右図の直角三角形 ABC で、$AB = 5$, $\sin\theta = \frac{1}{4}$ とする。このとき、BC, CA の長さを求めよ。



(1) $\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{CA}} = \cos\theta$ より、

$\mathrm{CA} = \mathrm{AB} \div \cos\theta = 2 \div \frac{5}{6} = \boxed{\frac{12}{5}}$

$(\cos\theta)^2 + (\sin\theta)^2 = 1$ と $\cos\theta = \frac{5}{6}$ より、

$\left(\frac{5}{6}\right)^2 + (\sin\theta)^2 = 1$

$(\sin\theta)^2 = \frac{11}{36}$

$\sin\theta = \pm\frac{\sqrt{11}}{6}$

$0^\circ < \theta < 180^\circ$ なので $\sin\theta > 0$ だから、$\sin\theta = \frac{\sqrt{11}}{6}$

$\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{CA}} = \sin\theta$なので、

$\mathrm{BC} = \mathrm{CA}\sin\theta = \frac{12}{5}\times\frac{\sqrt{11}}{6} = \boxed{\frac{2\sqrt{11}}{5}}$

(2) 下図のように図を描き直してから考える。

$\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}} = \sin\theta$ なので、

$\mathrm{BC} = \mathrm{AB}\sin\theta = 5\cdot\frac{1}{4} = \boxed{\frac{5}{4}}$

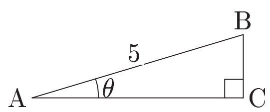
$(\cos\theta)^2 + (\sin\theta)^2 = 1$ と $\sin\theta = \frac{1}{4}$ より、

$(\cos\theta)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1$

$(\cos\theta)^2 = \frac{15}{16}$

$\cos\theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$　(図より $\cos\theta > 0$)

よって、$\mathrm{CA} = \mathrm{AB}\cos\theta = 5\cdot\frac{\sqrt{15}}{4} = \boxed{\frac{5\sqrt{15}}{4}}$



宿題 2-4

袋の中に赤、青、黒、白の球が 1 個ずつ入っている。この中から無作為に 1 個を取り出し、色を確認してから袋の中に戻す、という操作を 4 回行う。次の確率を求めよ。

(1) 黒の球も白の球も取り出さない確率

(2) 取り出した球の色の種類が、赤と青の 2 種類となる確率

(3) 取り出した球の色の種類が、2 種類となる確率

(1) 「黒の球も白の球も取り出さない」のは、4 回とも赤の球、青の球のいずれかを取り出すとき。
その確率は $\left(\frac{2}{4}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \boxed{\frac{1}{16}}$

(2) 取り出した球の色の種類が、赤と青の 2 種類となるのは、4 回とも赤の球、青の球のいずれかを取り出し、かつ、「4 回とも赤の球」「4 回とも青の球」ではないとき。
「4 回とも赤の球」の確率は、$\left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256}$ であり、「4 回とも青の球」の確率も同じなので、求める確率は
$\frac{1}{16} - \frac{1}{256} - \frac{1}{256} = \frac{16-1-1}{256} = \boxed{\frac{7}{128}}$

(3) 取り出した球の色の種類が、2 種類となるのは
ア) 赤と青の 2 種類　イ) 赤と黒の 2 種類
ウ) 赤と白の 2 種類　エ) 青と黒の 2 種類
オ) 青と白の 2 種類　カ) 黒と白の 2 種類
の 6 タイプがあり、どれも確率は等しい。
(2) の結果より、求める確率は $\frac{7}{128} \times 6 = \boxed{\frac{21}{64}}$

宿題 2-5

(1) 大・中・小のサイコロをふるとき、目の和が 10 となる目の出方は何通りあるか。

(2) A,B,B,C,C,C の 6 個を並べてできる文字列は何通りあるか。

(3) P,Q,R の 3 種類の文字を合計 5 個並べてできる文字列は何通りあるか。ただし、P,Q,R のうち使わないものがあってもよいとする。

(1) 3 個の目の和が 10 となる目の組み合わせは
ア) $\{6,3,1\}$　イ) $\{6,2,2\}$　ウ) $\{5,4,1\}$
エ) $\{5,3,2\}$　オ) $\{4,4,2\}$　カ) $\{4,3,3\}$
の 6 タイプがある。
大・中・小と 3 個のサイコロを区別しているので、ア), ウ), エ) のタイプは、それぞれ目の出方が 6 通り、イ), オ), カ) のタイプは、それぞれ目の出方が 3 通り。
以上より、和が 10 となる目の出方の総数は、
$6 \times 3 + 3 \times 3 =$ $\boxed{27\text{ 通り}}$

(2) 文字を置く場所に 1,2,3,4,5,6 と番号をつけて区別すると、A を置く場所の選び方が 6 通りあり、それぞれについて、2 個の B を置く場所の選び方が
${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ 通りずつある。
(3 個の C は、残った 3ヵ所に置くことが自動的に決まる。)
したがって、できる文字列は $6 \times 10 =$ $\boxed{60\text{ 通り}}$

(3) 文字を置く場所に 1,2,3,4,5 と番号をつけて区別すると、それぞれの場所に置く文字は P,Q,R の 3 種類から選べるので、できる文字列は
$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 =$ $\boxed{243\text{ 通り}}$

宿題 2-6

次の二次方程式を解け。

(1) $x^2 + 4x - 1 = 0$

(2) $x^2 - 3x - 2 = 0$

(1) $x^2 + 4x - 1 = 0$ の左辺を平方完成すると、
$(x+2)^2 - 2^2 - 1 = 0$
$(x+2)^2 = 5$
$x + 2 = \pm\sqrt{5}$
$\boxed{x = -2 \pm \sqrt{5}}$

補足　2 次方程式の解の公式を用いて

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = -2 \pm \sqrt{5}$$

と求めてもよい。

(2) $x^2 - 3x - 2 = 0$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

$$x - \frac{3}{2} = \pm\sqrt{\frac{17}{4}} = \pm\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{4}} = \pm\frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$\boxed{x = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{17}}{2}} \quad \left(x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}\right)$$