－ 中 3C　宿題プリント (1 学期-4)　解答 －

宿題 4-1

(1)　$\mathrm{AB}=9,\ \mathrm{BC}=15,\ \cos B=\dfrac{4}{5}$ の三角形 ABC で、CA の長さを求めよ。

(2)　$\mathrm{AB}=4,\ \mathrm{CA}=3,\ \angle\mathrm{BAC}=120^\circ$ の三角形 ABC で、BC の長さを求めよ。

(1)　余弦定理より、

$$\begin{aligned}\mathrm{CA}^2&=\mathrm{AB}^2+\mathrm{BC}^2-2\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}\cdot\cos B\\&=9^2+15^2-2\cdot9\cdot15\cdot\frac{4}{5}\\&=81+225-216=90\end{aligned}$$

$\mathrm{CA}>0$ なので、$\mathrm{CA}=\sqrt{90}=\boxed{3\sqrt{10}}$

(2)　余弦定理より、

$$\begin{aligned}\mathrm{BC}^2&=\mathrm{AB}^2+\mathrm{CA}^2-2\mathrm{AB}\cdot\mathrm{CA}\cdot\cos\angle\mathrm{BAC}\\&=4^2+3^2-2\cdot4\cdot3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\\&=16+9+12=37\end{aligned}$$

$\mathrm{BC}>0$ なので、$\mathrm{BC}=\boxed{\sqrt{37}}$

宿題 4-2

$\mathrm{AB}=4,\ \mathrm{BC}=5,\ \mathrm{CA}=7$ の三角形 ABC について、以下の問に答えよ。

(1)　$\cos A$ を求めよ。

(2)　三角形 ABC の面積 S を求めよ。

(1)　余弦定理より、

$$\mathrm{BC}^2=\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2-2\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}\cdot\cos A$$

$$5^2=4^2+7^2-2\cdot4\cdot7\cdot\cos A$$

$$\cos A=\frac{4^2+7^2-5^2}{2\cdot4\cdot7}=\frac{40}{2\cdot4\cdot7}=\boxed{\frac{5}{7}}$$

(2)　$(\cos A)^2+(\sin A)^2=1$ なので、(1) の結果より、

$$(\sin A)^2=1-\left(\frac{5}{7}\right)^2=\frac{7^2-5^2}{7^2}=\frac{24}{7^2}$$

$0^\circ<A<180^\circ$ なので $\sin A>0$ だから、

$$\sin A=\frac{2\sqrt{6}}{7}$$

$$S=\frac{1}{2}\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}\cdot\sin A=\frac{1}{2}\cdot4\cdot7\cdot\frac{2\sqrt{6}}{7}=\boxed{4\sqrt{6}}$$

宿題 4-3

赤球 6 個、白球 3 個の合計 9 個の球が入った袋から、1 個ずつ順に 3 個の球を無作為に取り出す。ただし、取り出した球は袋に戻さないものとする。
以下の確率を求めよ。

(1)　赤、白、赤の順に球を取り出す確率

(2)　3 個目の球の色が赤である確率

(3)　3 個目の球の色が赤であるとき、1 個目の球の色も赤である確率

(1)　$\dfrac{6}{9}\times\dfrac{3}{8}\times\dfrac{5}{7}=\boxed{\dfrac{5}{28}}$

(2)　3 個目が赤球となる取り出し方は、

ア) 赤, 赤, 赤
イ) 赤, 白, 赤
ウ) 白, 赤, 赤
エ) 白, 白, 赤

の 4 タイプがある。

ア) の確率は $\dfrac{6}{9}\times\dfrac{5}{8}\times\dfrac{4}{7}=\dfrac{5}{21}$

イ) の確率は (1) より、$\dfrac{5}{28}$

ウ) の確率は $\dfrac{3}{9}\times\dfrac{6}{8}\times\dfrac{5}{7}=\dfrac{5}{28}$

エ) の確率は $\dfrac{3}{9}\times\dfrac{2}{8}\times\dfrac{6}{7}=\dfrac{1}{14}$

以上より、求める確率は

$$\frac{5}{21}+\frac{5}{28}+\frac{5}{28}+\frac{1}{14}=\boxed{\frac{2}{3}}$$

補足：赤球が当たりくじ、白球がはずれくじだとみなすと、くじ引きで 3 番目に引いても 1 番目に引いても当たる確率は等しい、ということですね。

(3)　求める条件付き確率は

$$\frac{1\text{ 個目も 3 個目も赤球である確率}}{3\text{ 個目が赤球である確率}}$$

$$=\frac{\overbrace{\frac{5}{21}}^{\text{ア)}}+\overbrace{\frac{5}{28}}^{\text{イ)}}}{\frac{2}{3}}=\frac{5\cdot\frac{4+3}{3\cdot4\cdot7}}{\frac{2}{3}}=\boxed{\frac{5}{8}}$$

宿題 4-4

10 個のチョコレートを A,B,C の 3 人で分ける。

(1) もらえない人がいてもよいとするとき、分け方の総数を求めよ。

(2) 3 人とも少なくとも 1 個はもらえるとするとき、分け方の総数を求めよ。

(1) チョコレートの分け方は

$\underbrace{\bigcirc\bigcirc}_{A} | \underbrace{\bigcirc\bigcirc\bigcirc}_{B} | \underbrace{\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc}_{C}$

のように、10 個の○と 2 個の｜を並べた記号列と対応させることができる。

したがって、チョコレートの分け方の総数は、上記の記号列の総数と等しく、

${}_{10+2}\mathrm{C}_2 = \dfrac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1} = \boxed{66}$

(2) まず A,B,C の 3 人に 1 個ずつチョコレートを配り、残りの 7 個については (1) と同様に「もらえない人がいてもよい」として分けることができる。
したがって、チョコレートの分け方の総数は、7 個の○と 2 個の｜を並べた記号列の総数と等しく、

${}_{7+2}\mathrm{C}_2 = \dfrac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} = \boxed{36}$

宿題 4-5

次の放物線がグラフであるような 2 次関数の式を求めよ。(式の形は問わない)

(1) 頂点が $(-3, 2)$ で、y 切片が 1 である放物線

(2) x 切片が $-1, 2$ で、点 $(3, 2)$ を通る放物線

(1) 頂点が $(-3, 2)$ なので、2 次関数の式は
$y = a(x-(-3))^2 + 2$
$y = a(x+3)^2 + 2 \ \cdots ①$
とおける。

y 切片が 1 なので、$x = 0, y = 1$ を代入すると ① の等式が成り立ち、
$1 = 9a + 2$
$a = -\dfrac{1}{9}$

以上より、求める 2 次関数の式は

$\boxed{y = -\dfrac{1}{9}(x+3)^2 + 2}$

(2) x 切片が $-1, 2$ なので、2 次関数の式は
$y = a(x-(-1))(x-2)$
$y = a(x+1)(x-2) \ \cdots ②$
とおける。

点 $(3, 2)$ を通るので、② に $x = 3, y = 2$ を代入すると成り立ち、
$2 = a \cdot 4 \cdot 1$
$a = \dfrac{1}{2}$

以上より、求める 2 次関数の式は

$\boxed{y = \dfrac{1}{2}(x+1)(x-2)}$