

－ 中3C 宿題プリント(1学期-6) 解答－

宿題 6-1

BC = 4, CA = 5, AB = 6 の $\triangle ABC$ において、以下の値をそれぞれ求めよ。

- (1) $\cos A$
- (2) $\sin A$
- (3) $\triangle ABC$ の面積 S
- (4) $\triangle ABC$ の外接円の半径 R
- (5) $\triangle ABC$ の内接円の半径 r

- (1) 余弦定理より、
 $4^2 = 5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos A$
 $\cos A = \frac{5^2 + 6^2 - 4^2}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{(5+4)(5-4) + 36}{2 \cdot 5 \cdot 6}$
 $= \frac{45}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \boxed{\frac{3}{4}}$
- (2) $(\cos A)^2 + (\sin A)^2 = 1$ なので、(1) の結果より、
 $(\sin A)^2 = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{4^2 - 3^2}{4^2}$
 $= \frac{(4+3)(4-3)}{4^2} = \frac{7}{4^2}$
 $0^\circ < A < 180^\circ$ なので、 $\sin A > 0$ だから、
 $\sin A = \boxed{\frac{\sqrt{7}}{4}}$

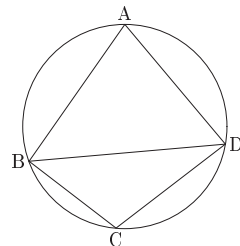
(3) $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \boxed{\frac{15\sqrt{7}}{4}}$

(4) 正弦定理より、
 $2R = \frac{BC}{\sin A} = \frac{4}{\frac{\sqrt{7}}{4}}$
 $\therefore R = \boxed{\frac{8}{\sqrt{7}}}$

(5) $S = \frac{1}{2} (AB + BC + CA)r = \frac{15}{2}r$
と表せるので、(3) の結果とあわせて、
 $\frac{15}{2}r = \frac{15\sqrt{7}}{4}$
 $r = \boxed{\frac{\sqrt{7}}{2}}$

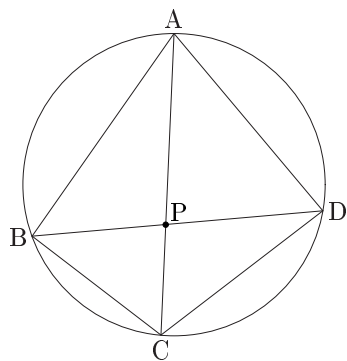
宿題 6-2

円に内接する四角形 ABCD があり、
AB = 7, BC = 4, DA = 6, BD = 8 だとする。



- (1) $\cos \angle BAD$ を求めよ。
- (2) $\cos \angle BCD$ を求めよ。
- (3) CD の長さを求めよ。
- (4) AC と BD の交点を P とする。
 $\triangle BAD$ と $\triangle BCD$ の面積の比に注目することで、AP : CP を求めよ。

- (1) $\triangle ABD$ に余弦定理を用いて
 $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos \angle BAD$
 $8^2 = 7^2 + 6^2 - 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cos \angle BAD$
 $\cos \angle BAD = \frac{7^2 + 6^2 - 8^2}{2 \cdot 7 \cdot 6} = \frac{(7+8)(7-8) + 6^2}{2 \cdot 7 \cdot 6}$
 $= \frac{-15 + 36}{2 \cdot 7 \cdot 6} = \frac{21}{2 \cdot 7 \cdot 6} = \boxed{\frac{1}{4}}$
- (2) 四角形 ABCD は円に内接しているので、
 $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$
 $\therefore \cos \angle BCD = \cos(180^\circ - \angle BAD)$
 $= -\cos \angle BAD = \boxed{-\frac{1}{4}}$
- (3) $x = CD$ とおく。
 $\triangle BCD$ に余弦定理を用いて
 $BD^2 = CB^2 + CD^2 - 2CB \cdot CD \cdot \cos \angle BCD$
 $8^2 = 4^2 + x^2 - 2 \cdot 4 \cdot x \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$
 $x^2 + 2x - 48 = 0$
 $(x+8)(x-6) = 0$
 $x = -8, 6$
 $x = CD$ は正なので、 $CD = \boxed{6}$
- (4) BD を共通の底辺とみなすと、 $\triangle BAD$ と $\triangle BCD$ の面積の比は高さの比と一致する。
よって、
 $AP : CP = \triangle BAD : \triangle BCD$
 $= \frac{1}{2} AB \cdot AD \cdot \sin \angle BAD : \frac{1}{2} CB \cdot CD \cdot \sin \angle BCD$
 $(\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ \text{ より、})$
 $\sin \angle BAD = \sin \angle BCD \text{ なので}$
 $= AB \cdot AD : CB \cdot CD$
 $= 7 \cdot 6 : 4 \cdot 6 = \boxed{7 : 4}$



宿題 6-3

A 君と B さんは 2 人とも、はい・いいえで答えられる質問に対し、本当のことを言う確率が $\frac{4}{5}$ である。正しいサイコロを 1 回振り、「3 の目が出ましたか？」と聞いたところ、A 君と B さんは 2 人とも「はい」と答えました。このとき、出た目が 3 である確率を求めよ。

「3 の目が出ましたか？」という質問に対し、A 君と B さんが 2 人とも「はい」と答えるのは、
 ア) 3 の目が出て、2 人とも本当のことを言う
 イ) 3 以外の目が出て、2 人とも嘘を言う
 の 2 通りがある。

よって、2 人とも「はい」と答える確率は

$$\underbrace{\frac{1}{6} \times \left(\frac{4}{5}\right)^2}_{\text{ア) の確率}} + \underbrace{\frac{5}{6} \times \left(\frac{1}{5}\right)^2}_{\text{イ) の確率}} = \frac{21}{6 \cdot 5^2}$$

したがって、求める条件付き確率は

$$\frac{\frac{1}{6} \times \left(\frac{4}{5}\right)^2}{\frac{21}{6 \cdot 5^2}} = \boxed{\frac{16}{21}}$$

宿題 6-4

次の 2 次不等式を解け。

(1) $(x+3)(x-5) < 0$

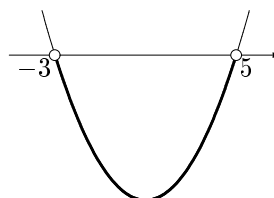
(2) $-x^2 + 3x + 4 < 0$

(3) $x^2 - 2x - 1 \geq 0$

(1) $y = (x+3)(x-5)$ のグラフは下図のよう。

このグラフの $y < 0$ の部分に注目して

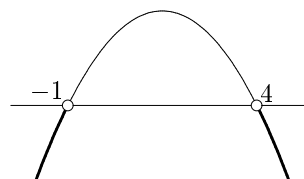
$-3 < x < 5$ が 2 次不等式の解。



(2) $y = -x^2 + 3x + 4 = -(x^2 - 3x - 4) = -(x+1)(x-4)$ のグラフは下図のよう。

このグラフの $y < 0$ の部分に注目して

$x < -1, x > 4$ が 2 次不等式の解。



(3) $y = x^2 - 2x - 1$ のグラフの x 切片は

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$(x-1)^2 - 1^2 - 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 2$$

$$x-1 = \pm\sqrt{2}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{2}$$

である。

したがって、 $y = x^2 - 2x - 1$ のグラフは下図のよう。

このグラフの $y \geq 0$ の部分に注目して

$x \leq 1 - \sqrt{2}, x \geq 1 + \sqrt{2}$ が 2 次不等式の解。

