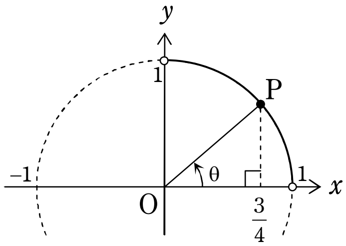
中3数学D 1学期 復習テスト解答 1学期－5

復習 5-1

$\cos\theta = \dfrac{3}{4}$, $0° < \theta < 90°$ より， θ は下図の角度.



(1)　$(\cos\theta)^2 + (\sin\theta)^2 = 1$ なので,

$$(\sin\theta)^2 = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16}$$

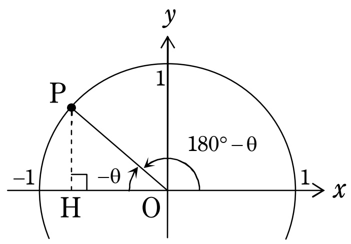
であり，上図より $\sin\theta > 0$ であるから,

$$\sin\theta = \boxed{\frac{\sqrt{7}}{4}}$$

(2)　$\cos(180° - \theta)$ は，原点を中心に，点 $(-1, 0)$ を時計回りに角度 θ だけ回転して得られる点 P の x 座標である（下図）.
直角三角形 POH において

$$\mathrm{OH} = \cos\theta = \frac{3}{4}$$

であるから， $\cos(180° - \theta) = \boxed{-\dfrac{3}{4}}$.

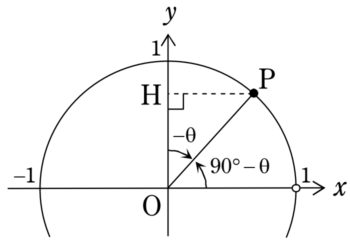


➢　一般に，2 点
　$A(\cos\theta, \sin\theta)$
　$B(\cos(180° - \theta), \sin(180° - \theta))$
は y 軸に関して線対称なので,
　$\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$
　$\sin(180° - \theta) = \sin\theta$
が成り立つ.

(3)　$\sin(90° - \theta)$ は，原点を中心に，点 $(0, 1)$ を時計回りに角度 θ だけ回転して得られる点 P の y 座標である（下図）.
直角三角形 POH において

$$\mathrm{OH} = \cos\theta = \frac{3}{4}$$

であるから， $\sin(90° - \theta) = \boxed{\dfrac{3}{4}}$.



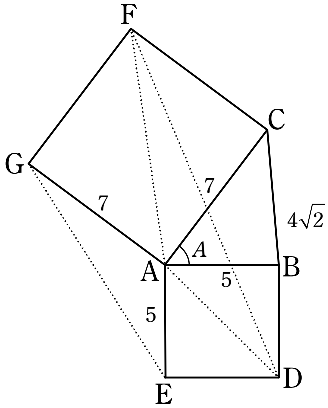
➢　一般に，2 点
　$A(\cos\theta, \sin\theta)$
　$B(\cos(90° - \theta), \sin(90° - \theta))$
は直線 $y = x$ に関して線対称なので,
　$\cos(90° - \theta) = \sin\theta$
　$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$
が成り立つ.

復習 5-2

(1) 三角形 ABC で余弦定理より,

$$\cos A=\frac{\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2-\mathrm{BC}^2}{2\cdot\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}}$$

$$=\frac{5^2+7^2-(4\sqrt{2})^2}{2\cdot5\cdot7}=\frac{42}{2\cdot5\cdot7}=\boxed{\frac{3}{5}}$$



(2) $\angle\mathrm{EAG}=180°-A$ であるから,

$$\cos(\angle\mathrm{EAG})=\cos(180°-A)$$

$$=-\cos A$$

$$=\boxed{-\frac{3}{5}}$$

(3) 三角形 AEG で余弦定理より,

$$\mathrm{EG}^2$$

$$=\mathrm{AG}^2+\mathrm{AE}^2-2\cdot\mathrm{AG}\cdot\mathrm{AE}\cdot\cos(\angle\mathrm{EAG})$$

$$=7^2+5^2-2\cdot7\cdot5\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)$$

$$=49+25+42=116$$

$$\therefore\ \mathrm{EG}=\boxed{2\sqrt{29}}\ (>0)$$

(4) $\cos A>0$ より A は鋭角なので,

$$\angle\mathrm{DAF}=A+90°$$

であるから,

$$\cos(\angle\mathrm{DAF})=\cos(A+90°)$$

$$=-\sin A$$

$\sin A$ を求める.

$(\cos A)^2+(\sin A)^2=1$ なので,

$$(\sin A)^2=1-\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$$

であり, $0°<A<90°$ より $\sin A>0$ であるから,

$$\sin A=\frac{4}{5}$$

よって,

$$\cos(\angle\mathrm{DAF})=-\sin A=-\frac{4}{5}$$

すると, 三角形 DAF で余弦定理より,

$$\mathrm{DF}^2$$

$$=\mathrm{AD}^2+\mathrm{AF}^2-2\cdot\mathrm{AD}\cdot\mathrm{AF}\cdot\cos(\angle\mathrm{DAF})$$

$$=(7\sqrt{2})^2+(5\sqrt{2})^2-2\cdot7\sqrt{2}\cdot5\sqrt{2}\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$=98+50+112=260$$

$$\therefore\ \mathrm{DF}=\boxed{2\sqrt{65}}\ (>0)$$