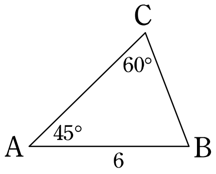
# 中3数学D 宿題解答 1学期-4

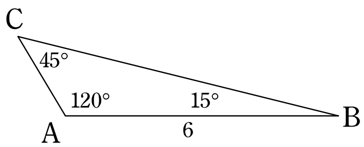
**宿題** 4-1

(1) 三角形 ABC において，正弦定理より，




$$\mathrm{BC} : 6 = \sin 45^\circ : \sin 60^\circ$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 : \sqrt{6}$$
$$\therefore \mathrm{BC} = 6 \times \frac{2}{\sqrt{6}} = \boxed{2\sqrt{6}}$$

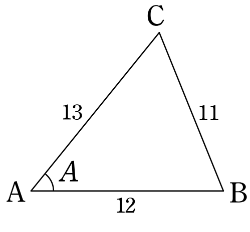
(2) 三角形の内角の和は$180^\circ$なので，
$C = 180^\circ - 120^\circ - 15^\circ = 45^\circ$




三角形 ABC において，正弦定理より，
$$\mathrm{BC} : 6 = \sin 120^\circ : \sin 45^\circ$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{6} : 2$$
$$\therefore \mathrm{BC} = 6 \times \frac{\sqrt{6}}{2} = \boxed{3\sqrt{6}}$$

**宿題** 4-2

(1) 三角形 ABC において，余弦定理より，

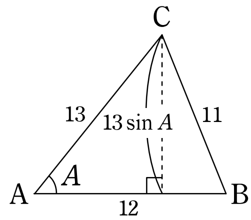



$$11^2 = 13^2 + 12^2 - 2 \times 13 \times 12 \times \cos A$$
$$\therefore \cos A = \frac{192}{2 \times 13 \times 12} = \boxed{\frac{8}{13}}$$

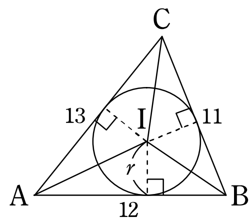
(2) $(\cos A)^2 + (\sin A)^2 = 1$ より，
$$(\sin A)^2 = 1 - (\cos A)^2 = 1 - \left(\frac{8}{13}\right)^2 = \frac{105}{169}$$
$$\therefore \sin A = \boxed{\frac{\sqrt{105}}{13}} \ (>0)$$

(3) $2R\sin A = \mathrm{BC}$ より，
$$R = \frac{\mathrm{BC}}{2\sin A} = \frac{11}{2 \times \frac{\sqrt{105}}{13}} = \boxed{\frac{143}{2\sqrt{105}}}$$

(4)
$$S = \frac{1}{2} \times \mathrm{AB} \times \mathrm{CA} \sin A$$
$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 13 \times \frac{\sqrt{105}}{13} = \boxed{6\sqrt{105}}$$




(5) 三角形 ABC の内心を I とおくと，

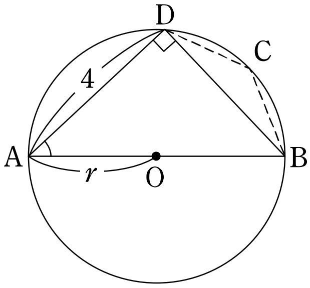



$$S = \triangle\mathrm{ABI} + \triangle\mathrm{BCI} + \triangle\mathrm{CAI}$$
$$= \frac{1}{2} \times 12 \times r + \frac{1}{2} \times 11 \times r + \frac{1}{2} \times 13 \times r$$
$$= 18r$$

(4)より，$S = 6\sqrt{105}$ なので，
$$18r = 6\sqrt{105} \quad \therefore r = \boxed{\frac{\sqrt{105}}{3}}$$

## 宿題 4-3

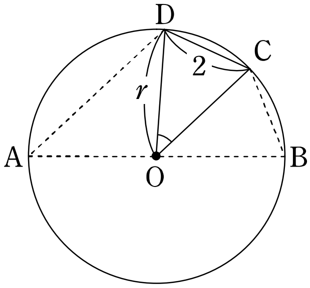
(1)　AB は直径なので，$\angle \mathrm{ADB} = 90^\circ$ .




したがって，

$$\cos\angle \mathrm{BAD} = \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{AB}} = \frac{4}{2r} = \boxed{\frac{2}{r}}$$

(2)　三角形 COD において，余弦定理より，



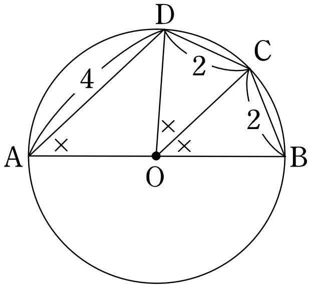

$$2^2 = r^2 + r^2 - 2 \times r \times r \times \cos\angle \mathrm{COD}$$

$$\therefore \cos\angle \mathrm{COD} = \frac{2r^2 - 4}{2r^2} = \boxed{\frac{r^2 - 2}{r^2}}$$

(3)　$\mathrm{BC} = \mathrm{CD}$ なので，$\angle \mathrm{BOC} = \angle \mathrm{COD}$ .
したがって，円周角の定理より，

$$\angle \mathrm{BAD} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{BOD} = \angle \mathrm{COD}$$

$$\therefore \cos\angle \mathrm{BAD} = \cos\angle \mathrm{COD}$$




よって，(1), (2)より，

$$\frac{2}{r} = \frac{r^2 - 2}{r^2}$$

が成り立つ．これを解くと，

$$2r = r^2 - 2$$

$$r^2 - 2r - 2 = 0$$

$$(r-1)^2 = 3$$

$$r - 1 = \sqrt{3}, -\sqrt{3}$$

$$\therefore r = \sqrt{3} + 1, -\sqrt{3} + 1$$

よって，$r = \boxed{\sqrt{3} + 1}\ (> 0)$ .

(4)　(1), (3)より，

$$\cos\angle \mathrm{BAD} = \frac{2}{\sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{2 \times (\sqrt{3} - 1)}{\underbrace{(\sqrt{3} + 1) \times (\sqrt{3} - 1)}_{(\sqrt{3})^2 - 1 = 2}}$$

$$= \sqrt{3} - 1 = 0.732\cdots$$

巻末の表より，$\angle \mathrm{BAD}$ はおよそ $\boxed{43^\circ}$

**宿題** 4-4

A :「1 の目が出る」

B :「8 の目が出る」

とする.

(1) 余事象$\overline{A}$ :「1 の目が出ない」の確率は

$$P(\overline{A})=\left(\frac{7}{8}\right)^4=\frac{2401}{4096}$$

なので,

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{2401}{4096}=\boxed{\frac{1695}{4096}}$$

(2) 求める確率は$P(A\cap B)$である.

(1)の$P(A)$, $P(\overline{A})$, および

$\overline{B}$ :「8 の目が出ない」の確率

$$P(\overline{B})=\left(\frac{7}{8}\right)^4=\frac{2401}{4096},$$

$\overline{A}\cap\overline{B}$ :「1 の目も 8 の目も出ない」の確率

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=\left(\frac{6}{8}\right)^4=\frac{1296}{4096}$$

から, 次の表を得る.

| | $A$ | $\overline{A}$ | |
|---|---|---|---|
| $B$ | $\frac{590}{4096}$ | $\frac{1105}{4096}$ | $\frac{1695}{4096}$ |
| $\overline{B}$ | $\frac{1105}{4096}$ | $\frac{1296}{4096}$ | $\frac{2401}{4096}$ |
| | $\frac{1695}{4096}$ | $\frac{2401}{4096}$ | 1 |

よって, $P(A\cap B)=\frac{590}{4096}=\boxed{\frac{295}{2048}}$

**宿題** 4-5

(1) チョコレートの分け方は, 13 個の○と, 2 個の+を並べた記号列に, 次のようにして対応させることができる.

$$\underbrace{○○○}_{A\,3個}+\underbrace{○○○○○}_{B\,5個}+\underbrace{○○○○○}_{C\,5個}$$

よって, チョコレートの分け方の総数は, 13 個の○と, 2 個の+を並べた記号列の総数と等しく,

$${}_{13+2}C_2=\frac{15\times14}{2\times1}=\boxed{105}$$

(2) あらかじめ全員に 1 個ずつチョコレートを配っておき, 残りの 10 個を A, B, C で（もらえない人がいてもよいものとして）分ける, と考えれば, 分け方の総数は, (1)と同様にして, 10 個の○と 2 個の+を並べた記号列の総数として数えられて,

$${}_{10+2}C_2=\frac{12\times11}{2\times1}=\boxed{66}$$

(3) あらかじめ A, B, C にそれぞれ 2 個, 3 個, 1 個ずつチョコレートを配っておき, 残りの 7 個を A, B, C で（もらえない人がいてもよいものとして）分ける, と考えれば, 分け方の総数は, (1)と同様にして, 7 個の○と 2 個の+の並べ方の総数として数えられて,

$${}_{7+2}C_2=\frac{9\times8}{2\times1}=\boxed{36}$$

**宿題** 4-6

(1) $y=x^2+5x+4$ ……………………………… ①

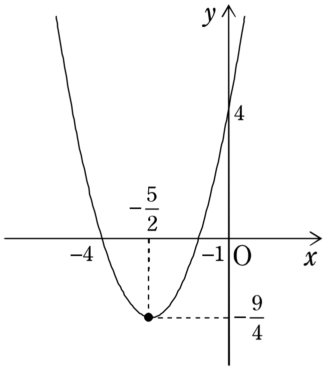
$=x^2+5x+\dfrac{25}{4}-\dfrac{25}{4}+4$

$=\left(x+\dfrac{5}{2}\right)^2-\dfrac{9}{4}$ ……………………………… ②

なので，グラフは $y=x^2$ のグラフを平行移動したものであり，頂点の座標は

$\left(-\dfrac{5}{2},-\dfrac{9}{4}\right)$

また，①より $y$ 切片は 4.




$x$ 切片は，②が 0 になるような $x$ なので

$\left(x+\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{9}{4}$　　$x+\dfrac{5}{2}=\dfrac{3}{2},-\dfrac{3}{2}$

$\therefore\ x=-1,-4$

(2) $y=-2x^2+4x-6$ ……………………………… ①

$=-2(x^2-2x+3)$

$=-2(x^2-2x+1-1+3)$

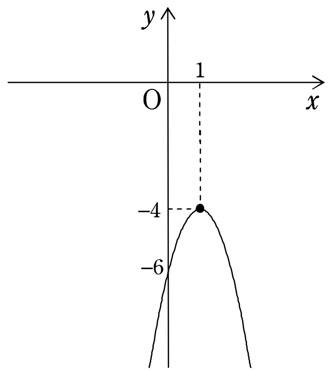
$=-2\{(x-1)^2+2\}$

$=-2(x-1)^2-4$

なので，グラフは $y=-2x^2$ のグラフを平行移動したものであり，頂点の座標は

$(1,-4)$

また，①より $y$ 切片は $-6$ .




(3) $y=(-3x+6)^2$ ……………………………… ①

$=\{-3(x-2)\}^2$

$=9(x-2)^2$

なので, グラフは $y=9x^2$ のグラフを平行移動したものであり，頂点の座標は

$(2,0)$

また，①より $y$ 切片は $6^2=36$ .