# 中3数学D 宿題解答 1学期-5

**宿題** 5-1

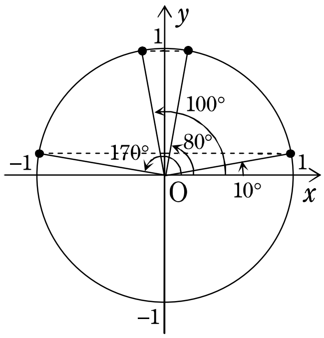
図を描いて考えれば，それぞれ

(1) $\cos 80° = \boxed{\sin 10°}$

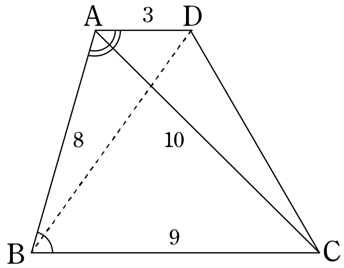
(2) $\sin 100° = \boxed{\cos 10°}$

(3) $\cos 170° = \boxed{-\cos 10°}$

(4) $\sin 170° = \boxed{\sin 10°}$




**宿題** 5-2




(1) 三角形 ABC において，余弦定理より，

$$10^2 = 8^2 + 9^2 - 2 \times 8 \times 9 \times \cos\angle\mathrm{ABC}$$

$$\therefore \cos\angle\mathrm{ABC} = \frac{45}{2 \times 8 \times 9} = \boxed{\frac{5}{16}}$$

(2) AD // BC であるから，同側内角の和は

$$\angle\mathrm{BAD} + \angle\mathrm{ABC} = 180°$$

$$\therefore \cos\angle\mathrm{BAD} = -\cos\angle\mathrm{ABC} = -\frac{5}{16}$$

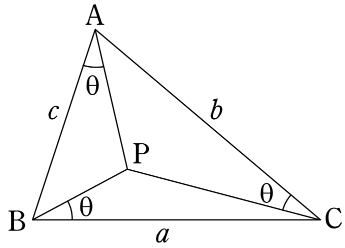
したがって，三角形 ABD において，余弦定理より，

$$\mathrm{BD}^2 = 8^2 + 3^2 - 2 \times 8 \times 3 \times \underbrace{\cos\angle\mathrm{BAD}}_{-\frac{5}{16}}$$

$$= 64 + 9 + 15 = 88$$

$$\therefore \mathrm{BD} = \boxed{2\sqrt{22}} \ (>0)$$

**宿題** 5-3




(1) 三角形 APB の内角の和は$180°$なので，

$$\angle\mathrm{APB} = 180° - \theta - \angle\mathrm{ABP}$$

$$= 180° - \theta - (B - \theta) = \boxed{180° - B}$$

(2) 三角形 APB において，正弦定理より，

$$\sin\angle\mathrm{APB} : \sin\angle\mathrm{PAB} = \mathrm{AB} : \mathrm{BP}$$

(1)より

$$\sin\angle\mathrm{APB} = \sin(180° - B) = \sin B$$

なので，

$$\sin B : \sin\theta = c : \mathrm{BP}$$

$$\therefore \mathrm{BP} = \frac{c\sin\theta}{\sin B}$$

[q.e.d.]

(3) 同様にして，

$$\mathrm{CP} = \frac{a\sin\theta}{\sin C}, \quad \mathrm{AP} = \frac{b\sin\theta}{\sin A}$$

が成り立つので，

$$\mathrm{AP} : \mathrm{BP} : \mathrm{CP} = \frac{b\sin\theta}{\sin A} : \frac{c\sin\theta}{\sin B} : \frac{a\sin\theta}{\sin C}$$

$$= \frac{b}{\sin A} : \frac{c}{\sin B} : \frac{a}{\sin C} \quad \cdots①$$

ここで，三角形 ABC において，正弦定理より，

$$\sin A : \sin B : \sin C = a : b : c$$

であるから，$\sin A = at$ とおくと，

$$\sin B = bt, \sin C = ct$$

よって，①より，

$$\mathrm{AP} : \mathrm{BP} : \mathrm{CP} = \frac{b}{at} : \frac{c}{bt} : \frac{a}{ct} = \frac{b}{a} : \frac{c}{b} : \frac{a}{c}$$

[q.e.d.]

※ 三角形 ABC の外接円の半径を $R$ とおくと，$t = \dfrac{1}{2R}$ である．

**宿題** 5-4

［方針 A］

1 回ごとの確率の積として考える．

(1) 3 個目が赤球となるような，取り出す球の色の順番と，それぞれの順番になる確率は，

赤，赤，赤　$\dfrac{9}{12}\times\dfrac{8}{11}\times\dfrac{7}{10}=\dfrac{21}{55}$

赤，白，赤　$\dfrac{9}{12}\times\dfrac{3}{11}\times\dfrac{8}{10}=\dfrac{9}{55}$

白，赤，赤　$\dfrac{3}{12}\times\dfrac{9}{11}\times\dfrac{8}{10}=\dfrac{9}{55}$

白，白，赤　$\dfrac{3}{12}\times\dfrac{2}{11}\times\dfrac{9}{10}=\dfrac{9}{220}$

よって，求める確率は

$$\frac{21}{55}+\frac{9}{55}+\frac{9}{55}+\frac{9}{220}=\frac{165}{220}=\boxed{\frac{3}{4}}$$

※ 赤球があたりくじ，白球がはずれくじだと思うと，「3 番目に引いても 1 番目に引いても，くじに当たる確率が同じ」という問題になっています．

(2) (1)の 4 通りのうち，1 個目が赤球である確率の和は

$$\frac{21}{55}+\frac{9}{55}=\frac{30}{55}=\frac{6}{11}$$

なので，求める条件付き確率は

$$\frac{\frac{6}{11}}{\frac{3}{4}}=\frac{6}{11}\times\frac{4}{3}=\boxed{\frac{8}{11}}$$

※ 3 個目が赤だったので，残り 11 個の中に 8 個ある赤球を引く確率，となっています．

［方針 B］

赤球 1，赤球 2，…，赤球 9，白球 1，白球 2，白球 3 の 12 個の球から 3 個を取り出す方法 $12\times11\times10$ 通りは，同様に確からしい．

(1) このうち，3 個目に赤球を取り出すような球の取り出し方は，「取り出した球を並べたもの」として数えれば，何個目の球から注目して場合の数を数えても同じなので，3 個目，1 個目，2 個目の順にみると，

3 個目に並べる球は

赤球 1 から 9 の 9 通り

1 個目に並べる球は残りの 11 通り

2 個目に並べる球は残りの 10 通り

で，$9\times11\times10$ 通り．

よって，求める確率は

$$\frac{9\times11\times10}{12\times11\times10}=\frac{9}{12}=\boxed{\frac{3}{4}}$$

※ 方針 A では「何番目に引いてもくじに当たる確率が同じ」であることは分かりにくいですが，こちらの方針であれば明快です．

(2) このうち，3 個目に取り出した球も 1 個目に取り出した球も赤球であるような取り出し方は，(1)と同じように「並べ方」として数えることにすると

3 個目は赤球 1 から 9 の 9 通り

1 個目は残りの赤球の 8 通り

2 個目は残りの 10 通り

で，$9\times8\times10$ 通り．

よって，「3 個目に取り出した球も 1 個目に取り出した球の赤球である」確率は

$$\frac{9\times8\times10}{12\times11\times10}$$

したがって，求める条件つき確率は

$$\frac{\frac{9\times8\times10}{12\times11\times10}}{\frac{9\times11\times10}{12\times11\times10}}=\frac{9\times8\times10}{9\times11\times10}=\boxed{\frac{8}{11}}$$

※ 上のように約分する前の確率で立式すれば，方針 A で述べた「残り 11 個中 8 個」という見方が明快になります．

**宿題** 5-5

(1) 6 種類のノートを，それぞれ $a,b,c,d,e,f$ 冊ずつ選ぶとすると，選び方は

$a+b+c+d+e+f=3$

を満たす 0 以上の整数の組 $(a,b,c,d,e,f)$ に対応する.

この整数解の個数は，宿題 4-5 で扱った「3 個のチョコレートを 6 人で分ける方法」と同じで，3 個の○と 5 個の+を並べた記号列に，次のようにして対応させることができる.

$$\underbrace{\quad}_{a=0} + \underbrace{\quad}_{b=0} + \underbrace{\bigcirc}_{c=1} + \underbrace{\quad}_{d=0} + \underbrace{\bigcirc\bigcirc}_{e=2} + \underbrace{\quad}_{f=0}$$

よって，ノートの選び方の総数は，3 個の○と 5 個の+を並べた記号列の総数と等しく，

$${}_{3+5}\mathrm{C}_5 = {}_8\mathrm{C}_3 = \frac{8\times7\times6}{3\times2\times1} = \boxed{56}$$

(2) 3 個のサイコロのうち，1 から 6 の目の出るサイコロが，それぞれ $a,b,c,d,e,f$ 個であるとすると，出る目の組は

$a+b+c+d+e+f=3$

の満たす 0 以上の整数の組 $(a,b,c,d,e,f)$ に対応する.

これは(1)と同じなので，出る目の組の総数は，$\boxed{56}$ .

**宿題** 5-6

(1) $\boxed{y=-2(x+3)^2+2}$

(2) 頂点が $(3,-2)$ なので，2 次関数の式は

$y=a(x-3)^2-2$

の形（$a$ は定数）に表せる.

$y$ 切片が 4 なので，

$$4=a(-3)^2-2 \qquad 6=9a \qquad \therefore a=\frac{2}{3}$$

よって，$\boxed{y=\frac{2}{3}(x-3)^2-2}$

(3) $x$ 切片が $-3, 6$ なので，2 次関数の式は

$y=a(x+3)(x-6)$

の形（$a$ は定数）に表せる.

$y$ 切片が 3 なので，

$$3=a\times3\times(-6) \qquad \therefore a=-\frac{1}{6}$$

よって，$\boxed{y=-\frac{1}{6}(x+3)(x-6)}$