宿題プリント 解答（1学期ー1）

1. (1) $x^2-8x-84=0$

$(x-14)(x+6)=0$　∴ $\boxed{x=14,-6}$

(2) $-x^2+13x-30=0$

両辺を(−1)倍して、

$x^2-13x+30=0$

$(x-3)(x-10)=0$　∴ $\boxed{x=3,10}$

(3) $6x^2+5x-14=0$

$(x+2)(6x-7)=0$　∴ $\boxed{x=-2,\frac{7}{6}}$

(4) $(2x-5)^2-(5x+3)^2=0$

$\{(2x-5)+(5x+3)\}\{(2x-5)-(5x+3)\}=0$

$(7x-2)(-3x-8)=0$

∴ $\boxed{x=\frac{2}{7},-\frac{8}{3}}$

2. (1) $\sqrt{7}(\sqrt{8}-\sqrt{21})-\sqrt{2}(\sqrt{63}-\sqrt{24})$

$=\sqrt{7}(2\sqrt{2}-\sqrt{21})-\sqrt{2}(3\sqrt{7}-2\sqrt{6})$

$=2\sqrt{14}-7\sqrt{3}-3\sqrt{14}+4\sqrt{3}$

$=\boxed{-3\sqrt{3}-\sqrt{14}}$

(2) $\sqrt{15}\times\sqrt{26}\times\sqrt{65}$

$=\sqrt{3}\sqrt{5}\times\sqrt{2}\sqrt{13}\times\sqrt{5}\sqrt{13}$

$=\sqrt{5}^2\sqrt{13}^2\times\sqrt{2}\sqrt{3}=5\times13\times\sqrt{6}=\boxed{65\sqrt{6}}$

(3) $(4\sqrt{6}-3\sqrt{2})^2$

$=(4\sqrt{6})^2-2\times4\sqrt{6}\times3\sqrt{2}+(3\sqrt{2})^2$

$=96-48\sqrt{3}+18=\boxed{114-48\sqrt{3}}$

(4) $(\sqrt{3}+1)^2-(2\sqrt{3}-\sqrt{6})(2+\sqrt{2})$

$=\sqrt{3}^2+2\times\sqrt{3}\times1+1^2$

$-\sqrt{3}(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})$

$=3+2\sqrt{3}+1-\sqrt{3}(2^2-\sqrt{2}^2)$

$=4+2\sqrt{3}-\sqrt{3}(4-2)$

$=4+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\boxed{4}$

(5) $\sqrt{\frac{8}{5}}-\frac{9}{\sqrt{10}}+\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{18}}=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}}-\frac{9}{\sqrt{10}}+\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}$

$=\frac{2\sqrt{2}\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}}-\frac{9\sqrt{10}}{\sqrt{10}\sqrt{10}}+\frac{\sqrt{5}\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\sqrt{2}}$

$=\frac{2\sqrt{10}}{5}-\frac{9\sqrt{10}}{10}+\frac{\sqrt{10}}{6}$

$=\frac{12\sqrt{10}-27\sqrt{10}+5\sqrt{10}}{30}$

$=\frac{-10\sqrt{10}}{30}=\boxed{-\frac{\sqrt{10}}{3}}$

(6) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{10}-2}-\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

$=\frac{2\sqrt{5}(\sqrt{10}+2)}{(\sqrt{10}-2)(\sqrt{10}+2)}$

$-\frac{1\times(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}$

$=\frac{2\sqrt{5}(\sqrt{10}+2)}{\sqrt{10}^2-2^2}-\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}^2-\sqrt{2}^2}$

$=\frac{\cancel{2}\sqrt{5}(\sqrt{10}+2)}{\cancel{6}_{3}}-\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$

$=\frac{\sqrt{5}(\sqrt{10}+2)-(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{3}$

$=\frac{5\sqrt{2}+2\sqrt{5}-\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}=\boxed{\frac{6\sqrt{2}+\sqrt{5}}{3}}$

3. (1) $\sqrt{54}x+3=\sqrt{3}-\sqrt{24}x$

$3\sqrt{6}x+3=\sqrt{3}-2\sqrt{6}x$

$3\sqrt{6}x+2\sqrt{6}x=\sqrt{3}-3$

$5\sqrt{6}x=\sqrt{3}-3$

$x=\frac{\sqrt{3}-3}{5\sqrt{6}}=\frac{(\sqrt{3}-3)\sqrt{6}}{5\sqrt{6}\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{2}-3\sqrt{6}}{30}$

∴ $\boxed{x=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{10}}$

(2) $\sqrt{7}(x-1)=3(x+1)$

$\sqrt{7}x-\sqrt{7}=3x+3$

$\sqrt{7}x-3x=\sqrt{7}+3$

$(\sqrt{7}-3)x=\sqrt{7}+3$

$x=\frac{\sqrt{7}+3}{\sqrt{7}-3}=\frac{(\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}+3)}{(\sqrt{7}-3)(\sqrt{7}+3)}$

$=\frac{\sqrt{7}^2+2\times\sqrt{7}\times3+3^2}{\sqrt{7}^2-3^2}=\frac{7+6\sqrt{7}+9}{7-9}$

$=\frac{16+6\sqrt{7}}{-2}$　∴ $\boxed{x=-8-3\sqrt{7}}$

(3) $\begin{cases}\sqrt{3}x+\sqrt{2}y=\sqrt{6} & \cdots① \\ 3x-\sqrt{24}y=3 & \cdots②\end{cases}$

①$\times\sqrt{3}-$② で x を消去すると、

$$\begin{array}{rl} 3x\quad+\sqrt{6}y=3\sqrt{2} & \cdots①\times\sqrt{3} \\ -)\ 3x-2\sqrt{6}y=3 & \cdots② \\ \hline 3\sqrt{6}y=3\sqrt{2}-3 & \end{array}$$

$$\therefore y=\frac{3\sqrt{2}-3}{3\sqrt{6}}=\frac{(\sqrt{2}-1)\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{6}$$

これを①に代入して、

$$\sqrt{3}x+\sqrt{2}\times\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{6}=\sqrt{6}$$

$$\sqrt{3}x+\frac{2\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{6}=\sqrt{6}$$

$$\sqrt{3}x=\sqrt{6}-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}$$

$$\sqrt{3}x=\frac{2\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore x=\frac{2\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{2}+1}{3}$$

以上をまとめて、

$$\boxed{x=\frac{2\sqrt{2}+1}{3}\ ,\ y=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{6}}$$

4. $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$、つまり $2<\sqrt{6}<3$ なので、$\sqrt{6}$ の整数部分は 2 である。従って、$\sqrt{6}$ の小数部分 a は、

$$a=\sqrt{6}-2$$

である。
従って、

$$a^2+2a+\frac{4}{a}=a(a+2)+\frac{4}{a}$$

$$=(\sqrt{6}-2)\{(\sqrt{6}-2)+2)\}+\frac{4}{\sqrt{6}-2}$$

$$=(\sqrt{6}-2)\sqrt{6}+\frac{4(\sqrt{6}+2)}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)}$$

$$=6-2\sqrt{6}+\frac{4(\sqrt{6}+2)}{\sqrt{6}^2-2^2}$$

$$=6-2\sqrt{6}+\frac{\cancel{4}^2(\sqrt{6}+2)}{\cancel{2}}$$

$$=6-2\sqrt{6}+2\sqrt{6}+4=\boxed{10}$$

5. (1) △ABC∽△ADB（2 角相等）より対応辺の比を考えて、

BA：AC＝DA：AB

x：(2+3)＝ 2：x

$x\times x=5\times2$　　$x^2=10$

$x>0$ なので、$\boxed{x=\sqrt{10}}$

(2) △ABC∽△HBA（2 角相等）より対応辺の比を考えて、

AB：BC＝HB：BA

y：(4+5)＝4：y

$y\times y=9\times4$　　$y^2=36$

$y>0$ なので、$\boxed{y=6}$

同様に、△ABC∽△HAC（2 角相等）より対応辺の比を考えて、

AC：CB＝HC：CA

z：(4+5)＝5：z

$z\times z=9\times5$　　$z^2=45$

$z>0$ なので、$z=\sqrt{45}=\boxed{3\sqrt{5}}$

(注) z については、直角三角形 ABC でピタゴラスの定理を用いて

$$z^2=9^2-6^2=45\quad\therefore z=\sqrt{45}=\boxed{3\sqrt{5}}$$

と求めても良い。

6. (1) 直角三角形 ABC でピタゴラスの定理より、

$$7^2+x^2=(x+1)^2$$

$$49+x^2=x^2+2x+1$$

$$2x=48\qquad\therefore \boxed{x=24}$$

（これは $x>0, x+1>0$ を満たしている）

(2) △ABD を考えて、

$$BD=\frac{2}{\sqrt{3}}AB=\frac{2}{\sqrt{3}}\times6=\frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}=\frac{12\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}$$

△DBC を考えて、

$$x=DC=\frac{1}{\sqrt{2}}BD=\frac{1}{\sqrt{2}}\times4\sqrt{3}$$

$$=\frac{4\sqrt{3}\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{6}}{2}\qquad\therefore\boxed{x=2\sqrt{6}}$$