

宿題プリント 解答 (1学期-3)

1. (1) $2x^2 - 6x + 3 = 0$

解の公式より、

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \times 2} \quad \therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

(2) $2x^2 + x - 15 = 0$

$$(x+3)(2x-5) = 0 \quad \therefore x = -3, \frac{5}{2}$$

(3) $(7x-5)^2 - (4x+2)^2 = 0$

$$\{(7x-5) + (4x+2)\} \{(7x-5) - (4x+2)\} = 0$$

$$(11x-3)(3x-7) = 0 \quad \therefore x = \frac{3}{11}, \frac{7}{3}$$

(4) $\frac{x}{2} + \frac{1}{3x} = \frac{7}{6}$

両辺に $6x$ をかけて、

$$3x^2 + 2 = 7x$$

$$3x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$(x-2)(3x-1) = 0 \quad \therefore x = 2, \frac{1}{3}$$

(ともに $x \neq 0$ を満たす)

2. (1) $3\sqrt{12} - 2\sqrt{32} - \sqrt{75} + \sqrt{98}$

$$= 3 \times 2\sqrt{3} - 2 \times 4\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + 7\sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{3} - 8\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + 7\sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

(2) $\sqrt{35} \times \sqrt{45} \times \sqrt{56}$

$$= \sqrt{5} \sqrt{7} \times 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{2} \sqrt{7}$$

$$= 3 \times 2 \times \sqrt{5}^2 \sqrt{7}^2 \times \sqrt{2}$$

$$= 3 \times 2 \times 5 \times 7 \times \sqrt{2} = 210\sqrt{2}$$

(3) $\sqrt{6}(\sqrt{18} - \sqrt{48}) - \sqrt{5}(\sqrt{60} - \sqrt{10})$

$$= \sqrt{6}(3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}) - \sqrt{5}(2\sqrt{15} - \sqrt{10})$$

$$= 6\sqrt{3} - 12\sqrt{2} - 10\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$$

$$= -7\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$$

(4) $(2\sqrt{7} - 3\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{5} + \sqrt{15})(3\sqrt{5} - \sqrt{15})$

$$= \{(2\sqrt{7})^2 - 2 \times 2\sqrt{7} \times 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2\} - \{(3\sqrt{5})^2 - \sqrt{15}^2\}$$

$$= (28 - 12\sqrt{14} + 18) - (45 - 15)$$

$$= 46 - 12\sqrt{14} - 30 = 16 - 12\sqrt{14}$$

(5) $\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{3-2\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

$$= \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} - \frac{(3-2\sqrt{3})\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{6} - 6\sqrt{2}}{6}$$

$$= \frac{2\sqrt{6} - 9\sqrt{2} - (3\sqrt{6} - 6\sqrt{2})}{6}$$

$$= \frac{2\sqrt{6} - 9\sqrt{2} - 3\sqrt{6} + 6\sqrt{2}}{6} = \frac{-\sqrt{6} - 3\sqrt{2}}{6}$$

(6) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

$$= \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{6})\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{3} - \frac{\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{3}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2}) - 2(\sqrt{6}+3\sqrt{2})}{6}$$

$$= \frac{9\sqrt{2} + 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{6}$$

3. (1) $\sqrt{27}x - 5 = \sqrt{12}x + \sqrt{6} + 4$

$$3\sqrt{3}x - 5 = 2\sqrt{3}x + \sqrt{6} + 4$$

$$3\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}x = \sqrt{6} + 4 + 5$$

$$\sqrt{3}x = \sqrt{6} + 9$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{6}+9}{\sqrt{3}} = \sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

(2) $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{6}y = 3 \cdots \text{①} \\ \sqrt{3}x - 2y = \sqrt{6} \cdots \text{②} \end{cases}$

① $\times \sqrt{3}$ - ② $\times \sqrt{2}$ で x を消去すると、

$$\sqrt{6}x + 3\sqrt{2}y = 3\sqrt{3} \cdots \text{①} \times \sqrt{3}$$

$$-) \sqrt{6}x - 2\sqrt{2}y = 2\sqrt{3} \cdots \text{②} \times \sqrt{2}$$

$$5\sqrt{2}y = \sqrt{3}$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{10}$$

これを②に代入して、

$$\sqrt{3}x - 2 \times \frac{\sqrt{6}}{10} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{3}x = \sqrt{6} + \frac{\sqrt{6}}{5}$$

$$\sqrt{3}x = \frac{6\sqrt{6}}{5} \quad \therefore x = \frac{6\sqrt{6}}{5\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{2}}{5}$$

以上をまとめて、

$$x = \frac{6\sqrt{2}}{5}, y = \frac{\sqrt{6}}{10}$$

4. 題意より、当日券の売上を考えて、

$$xy = 8000 \quad \cdots \text{①}$$

また、

$$\begin{cases} \text{前売券の枚数} = 100 - x \text{ (枚)} \\ \text{前売券の値段} = y - 50 \text{ (円)} \end{cases}$$

なので、前売券の売上を考えて、

$$(100-x)(y-50) = 9000 \quad \cdots \text{②}$$

①より $x = \frac{8000}{y} \cdots \text{①'}$ なので、②に代入

して、

$$\left(100 - \frac{8000}{y}\right)(y-50) = 9000$$

$$\left(1 - \frac{80}{y}\right)(y-50) = 90$$

$$y - 50 - 80 + \frac{4000}{y} = 90$$

$$y^2 - 220y + 4000 = 0$$

$$(y-20)(y-200) = 0 \quad \therefore y = 20, 200$$

このうち、当日券の値段 y (円) および前売券の値段 $y-50$ (円) が 0 以上となるものを考えて、

$$y = 200$$

これを①'に代入して、

$$x = \frac{8000}{200} = 40$$

このとき、当日券の売上枚数 $= x$ (枚) および前売券の枚数 $= 100 - x$ (枚) がともに 0 以上

となるので、題意を満たす。

$$\text{よって、} \boxed{x=40, y=200}$$

5. $2x^2 + 6x - 7 = 0 \cdots \text{①}$ の 2 解が α, β なので、

①の左辺は

$$2(x-\alpha)(x-\beta)$$

と因数分解される。これを展開すると

$$2\{x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta\}$$

$$= 2x^2 - 2(\alpha + \beta)x + 2\alpha\beta$$

よって、①の左辺と対応する係数を比較

して、

$$\begin{cases} -2(\alpha + \beta) = 6 \\ 2\alpha\beta = -7 \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} \alpha + \beta = -3 \cdots \text{②} \\ \alpha\beta = -\frac{7}{2} \cdots \text{③} \end{cases} \text{を得る。}$$

(1) $\alpha + \beta = \boxed{-3}$

(2) $\alpha\beta = \boxed{-\frac{7}{2}}$

(3) $(2-\alpha)(2-\beta) = 4 - 2(\alpha + \beta) + \alpha\beta$

$$= 4 - 2 \times (-3) - \frac{7}{2} = \boxed{\frac{13}{2}}$$

[別方針]

$$2x^2 + 6x - 7 = 2(x-\alpha)(x-\beta)$$

に $x=2$ を代入して考えても良い。

(4) $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

$$= (-3)^2 - 2 \times \left(-\frac{7}{2}\right) = \boxed{16}$$

(5) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = 16 \times \left(-\frac{2}{7}\right) = \boxed{-\frac{32}{7}}$

(注) 2次方程式の解と係数の関係

「 x の2次方程式 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ の

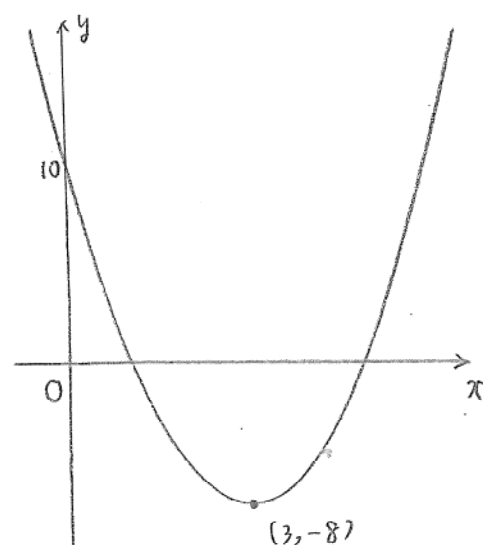
2解 α, β に対して、

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

を用いると、②③が直ちに導ける。

6.

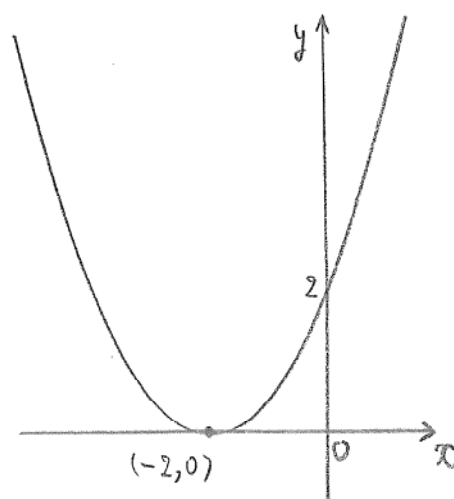
- (1) $y=2(x-3)^2-8$ のグラフは、頂点が
(3,-8)である下に凸な放物線。
 y 切片は $x=0$ を代入して10。



$$\begin{aligned} (2) \quad y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 = \frac{1}{2}(x^2 + 4x) + 2 \\ &= \frac{1}{2}\{(x+2)^2 - 2^2\} + 2 = \frac{1}{2}(x+2)^2 \end{aligned}$$

と変形できるので、このグラフは、
頂点が $(-2, 0)$ である下に凸な放物線。

y 切片は $x=0$ を代入して2。



$$(3) \quad y = -3x^2 + 2x + 1 = -3\left(x^2 - \frac{2}{3}x\right) + 1$$

$$= -3\left\{\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right\} + 1$$

$$= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} + 1 = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{4}{3}$$

と変形できるので、このグラフは頂点が

$\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ である上に凸な放物線。

y 切片は $x=0$ を代入して1。

