宿題プリント 解答（1 学期－6）

1. (1) $y=-2x^2+8x-33=-2\{x^2-4x\}-33$
$=-2\{(x-2)^2-4\}-33$
$=-2(x-2)^2+8-33=-2(x-2)^2-25$

より、このグラフの頂点の座標は

$\boxed{(2,-25)}$

(2) $y=\dfrac{1}{3}x^2+4x-1$

$=\dfrac{1}{3}\{x^2+12x\}-1=\dfrac{1}{3}\{(x+6)^2-36\}-1$

$=\dfrac{1}{3}(x+6)^2-12-1=\dfrac{1}{3}(x+6)^2-13$

より、このグラフの頂点の座標は

$\boxed{(-6,-13)}$

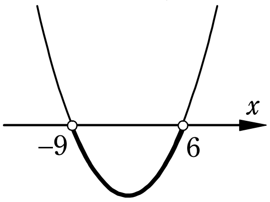
2. (1) $x^2+3x-54<0$

$y=x^2+3x-54$ のグラフは、

$$\begin{cases} \cdot\ [x^2\text{の係数}]=1>0\ \text{より上に開く。} \\ \cdot\ x\ \text{切片は、}x^2+3x-54=0\ \text{を解き} \\ \quad (x+9)(x-6)=0 \qquad \therefore x=-9,6 \end{cases}$$

より、右図のようになる。よって、この 2 次不等式の解は

$\boxed{-9<x<6}$



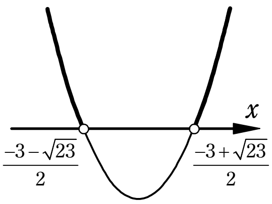
(2) $-2x^2-6x+7<0$

両辺を(−1)倍して、

$2x^2+6x-7>0$

ここで、$y=2x^2+6x-7$ のグラフは、

$$\begin{cases} \cdot\ [x^2\text{の係数}]=2>0\ \text{より上に開く。} \\ \cdot\ x\ \text{切片は、}2x^2+6x-7=0\ \text{を解き} \\ \quad x=\dfrac{-3\pm\sqrt{23}}{2} \end{cases}$$



より、右図のようになる。

よって、この 2 次不等式の解は

$\boxed{x<\dfrac{-3-\sqrt{23}}{2},x>\dfrac{-3+\sqrt{23}}{2}}$

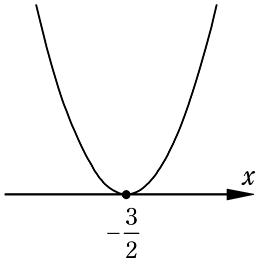
(3) $4x^2+12x+9\leqq 0$

$y=4x^2+12x+9$ のグラフは、

$$\begin{cases} \cdot\ [x^2\text{の係数}]=4>0\ \text{より上に開く。} \\ \cdot\ x\ \text{切片は、}4x^2+12x+9=0\ \text{を解き} \\ \quad (2x+3)^2=0 \qquad \therefore x=-\dfrac{3}{2}\ (\text{重解}) \end{cases}$$

より、右図のようになる。よって、この 2 次不等式の解は、

$\boxed{x=-\dfrac{3}{2}}$



(4) $-16x^2+24x-9<0$

両辺を(−1)倍して、

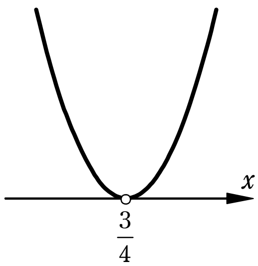
$16x^2-24x+9>0$

ここで、$y=16x^2-24x+9$ のグラフは、

$$\begin{cases} \cdot\ [x^2\text{の係数}]=16>0\ \text{より上に開く。} \\ \cdot\ x\ \text{切片は、}16x^2-24x+9=0\ \text{を解き} \\ \quad (4x-3)^2=0 \qquad \therefore x=\dfrac{3}{4}\ (\text{重解}) \end{cases}$$

より、右図のようになる。よって、この 2 次不等式の解は、

$\boxed{x\neq\dfrac{3}{4}}$



(5)　　$-x^2+3x-5<0$

両辺を(–1)倍して、

$$x^2-3x+5>0$$

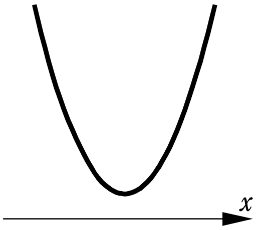
ここで、$y=x^2-3x+5$ のグラフは、

$\begin{cases} \cdot\ [x^2\text{の係数}]=1>0\text{より上に開く。} \\ \cdot\ x\text{切片は、}x^2-3x+5=0\text{を解き} \\ \quad x=\dfrac{3\pm\sqrt{-11}}{2}\text{となるので、ない。} \end{cases}$

より、右図のようになる。

よって、この 2 次不等式の解は、

$\boxed{\text{全実数}}$



(6)　　$3x^2-2x+1\leqq 0$

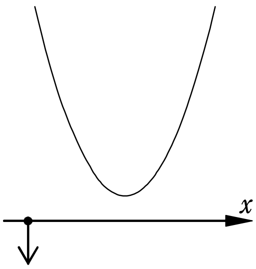
$y=3x^2-2x+1$ のグラフは、

$\begin{cases} \cdot\ [x^2\text{の係数}]=3>0\text{より上に開く。} \\ \cdot\ x\text{切片は、}3x^2-2x+1=0\text{を解き} \\ \quad x=\dfrac{2\pm\sqrt{-8}}{6}\text{となるので、ない。} \end{cases}$

より、右図のようになる。

よって、この 2 次不等式の解は、

$\boxed{\text{解なし}}$

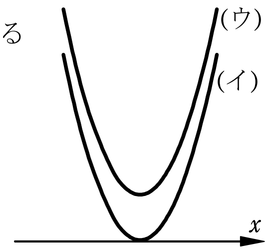


3.　$ax^2+(a+3)x+a+8\leqq 0\cdots①\ (a\neq 0)$

(1) ①の左辺を $f(x)$ とおくと、x の 2 次不等式①の解が全実数となる条件は、$y=f(x)$ のグラフが右図の

$\boxed{(イ)(ウ)}$

のいずれかとなる



ことである。

(2) (1)より、求める条件は

$\begin{cases} [f(x)\text{の}x^2\text{の係数}a]>0 & \cdots② \\ [f(x)=0\text{の判別式}D]\leqq 0 & \cdots③ \end{cases}$

と書ける。

ここで、

$$\begin{aligned} D&=(a+3)^2-4a(a+8) \\ &=a^2+6a+9-4a^2-32a \\ &=-3a^2-26a+9 \\ &=-(3a^2+26a-9) \\ &=-(a+9)(3a-1) \end{aligned}$$

なので、③は

$$-(a+9)(3a-1)\leqq 0$$

$$\therefore a\leqq -9,\ a\geqq\frac{1}{3}$$

となる。

よって、②も考えて、$\boxed{a\geqq\dfrac{1}{3}}$