

中3数学C 1学期 復習テスト解答 1学期-6

1

(1) 余弦定理より,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B$$

$$7^2 = 13^2 + 10^2 - 2 \cdot 13 \cdot 10 \cdot \cos B$$

$$\cos B = \frac{13^2 + 10^2 - 7^2}{2 \cdot 13 \cdot 10} = \frac{11}{13}$$

(2) $(\cos B)^2 + (\sin B)^2 = 1$ なので,

$$(\sin B)^2 = 1 - \left(\frac{11}{13}\right)^2 = \frac{48}{169}$$

であり, $0^\circ < B < 180^\circ$ より $\sin B > 0$
であるから,

$$\sin B = \frac{4\sqrt{3}}{13}$$

(3) 三角形 ABC の, 辺 AB を底辺とした
ときの高さは $BC \cdot \sin B$ である.

よって,

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \cdot AB \cdot (BC \cdot \sin B) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 10 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{13} = 20\sqrt{3} \end{aligned}$$

(4) 正弦定理より,

$$2R \sin B = AC$$

であるから,

$$R = \frac{AC}{2 \sin B} = \frac{7}{2 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{13}} = \frac{91}{8\sqrt{3}}$$

(5) 三角形 ABC を内心 I で三角形 IAB, IBC,
ICA に分割すると, 内接円の半径 r は
これらの三角形の AB, BC, CA を底辺と
したときの高さになる. よって,

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \cdot AB \cdot r + \frac{1}{2} \cdot BC \cdot r + \frac{1}{2} \cdot CA \cdot r \\ &= \frac{1}{2} \cdot (13 + 10 + 7) \cdot r = 15r \end{aligned}$$

と表せる.

(3)より, $S = 20\sqrt{3}$ なので,

$$15r = 20\sqrt{3} \quad \therefore r = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

2

(1) $\angle ABC = \theta$ とおくと, 1(1),(2)の結果

から, $\cos \theta = \frac{11}{13}$, $\sin \theta = \frac{4\sqrt{3}}{13}$ である.

これより, 加法定理を用いると,

$$\begin{aligned} \cos(\angle ABD) &= \cos(\theta + 60^\circ) \\ &= \cos \theta \cos 60^\circ - \sin \theta \sin 60^\circ \\ &= \frac{11}{13} \cdot \frac{1}{2} - \frac{4\sqrt{3}}{13} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{11}{26} - \frac{12}{26} \\ &= -\frac{1}{26} \end{aligned}$$

(2) (1)の結果をふまえて, 三角形 ABD に
余弦定理を用いれば,

$$\begin{aligned} AD^2 &= AB^2 + BD^2 - 2 \cdot AB \cdot BD \cdot \cos \angle ABD \\ &= 13^2 + 10^2 - 2 \cdot 13 \cdot 10 \cdot \left(-\frac{1}{26}\right) \\ &= 169 + 100 + 10 \\ &= 279 \\ \therefore AD &= \sqrt{279} = 3\sqrt{31} \end{aligned}$$