

中3数学C 1学期 復習テスト解答 1学期-11

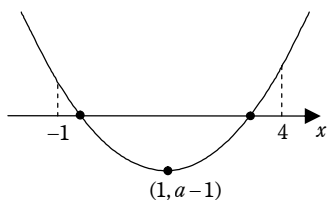
1

2 次方程式 $x^2 - 2x + a = 0$ が $-1 < x < 4$ の範囲に 2 解（重解を含む）をもつのは、
2 次関数

$$y = x^2 - 2x + a \quad \dots\dots ①$$

$$= (x-1)^2 + a - 1$$

のグラフが x 軸の $-1 < x < 4$ の部分に 2 つの交点をもつときである。
ただし、接するときも含む。



$x = -1$ と $x = 4$ のうち、①のグラフの対称軸 $x = 1$ に近いのは $x = -1$ なので、
上図のようになるのは、

$$(\text{①のグラフの頂点の } y \text{ 座標}) \leq 0 \quad \dots\dots ②$$

$$(\text{①の } x = -1 \text{ での } y \text{ の値}) > 0 \quad \dots\dots ③$$

が両方が成り立つときである。

②が成り立つのは、

$$a - 1 \leq 0 \quad \therefore a \leq 1 \quad \dots\dots ②' \text{ のとき.}$$

③が成り立つのは、

$$(-1)^2 - 2 \times (-1) + a > 0 \quad \therefore a > -3 \quad \dots\dots ③' \text{ のとき.}$$

したがって、求める a の範囲は、②', ③' の両方に含まれるような a の範囲であり、

それは $\boxed{-3 < a \leq 1}$ である。

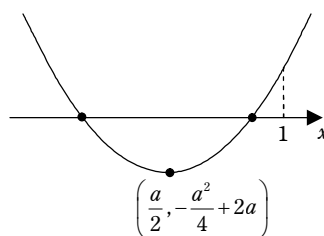
2

2 次方程式 $x^2 - ax + 2a = 0$ が $x \leq 1$ の範囲に 2 解（重解を含む）をもつのは、
2 次関数

$$y = x^2 - ax + 2a$$

$$= \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 2a \quad \dots\dots ⑥$$

のグラフが x 軸の $x \leq 1$ の部分に 2 つの交点をもつときである。
ただし、接するときも含む。



それはすなわち、

$$(\text{⑥のグラフの頂点の } x \text{ 座標}) \leq 1 \quad \dots\dots ⑦$$

$$(\text{⑥のグラフの頂点の } y \text{ 座標}) \leq 0 \quad \dots\dots ⑧$$

$$(\text{⑥の } x = 1 \text{ での } y \text{ の値}) \geq 0 \quad \dots\dots ⑨$$

がすべて成り立つときである。

⑦が成り立つのは、

$$\frac{a}{2} \leq 1 \quad \therefore a \leq 2 \quad \dots\dots ⑦' \text{ のとき.}$$

⑨が成り立つのは、

$$1^2 - a \times 1 + 2a \geq 0 \quad \therefore a \geq -1 \quad \dots\dots ⑨' \text{ のとき.}$$

⑧が成り立つのは、

$$-\frac{a^2}{4} + 2a \leq 0 \quad \dots\dots ⑧' \text{ のとき.}$$

この a の 2 次不等式⑧'を解くと、

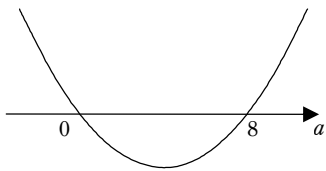
$$-\frac{a^2}{4} + 2a \leq 0$$

$$a^2 - 8a \geq 0$$

$$a(a - 8) \geq 0$$

$$a \leq 0, a \geq 8 \quad \dots\dots ⑧'' \quad (\because \text{次図})$$

となるので、結局⑧となるのは⑧''のとき。



($y=a(a-8)$ のグラフ)

したがって、求める a の範囲は、⑦',⑨',⑧''
 のどれにも含まれるような a の範囲であり、
 それは下図より、 $\boxed{-1 \leq a \leq 0}$ である。

