# 中3数学D　宿題解答　1学期-7

**宿題** 7-1

(1) $y = -2x^2 + 4x - 1$

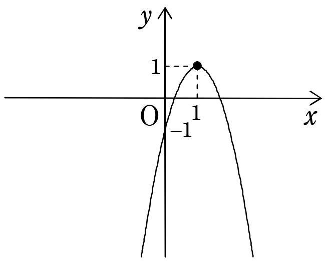
のグラフの $y$ 切片は $-1$ .

平方完成すると,

$$y = -2\left(x^2 - 2x + \frac{1}{2}\right)$$
$$= -2\left\{(x-1)^2 - 1 + \frac{1}{2}\right\}$$
$$= -2\left\{(x-1)^2 - \frac{1}{2}\right\}$$
$$= -2(x-1)^2 + 1$$

なので，このグラフは， $y = -2x^2$ のグラフを，点 $(1,1)$ が頂点となるように平行移動したもの.

したがって，下図のよう.




(2) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$

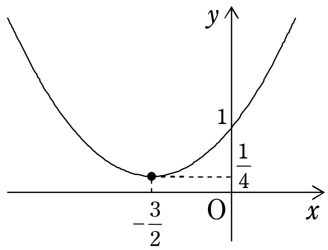
のグラフの $y$ 切片は $1$ .

平方完成すると,

$$y = \frac{1}{3}(x^2 + 3x + 3)$$
$$= \frac{1}{3}\left\{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 3\right\}$$
$$= \frac{1}{3}\left\{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right\}$$
$$= \frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$$

なので，このグラフは， $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフを，点 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$ が頂点となるように平行移動したもの.

したがって，下図のよう.

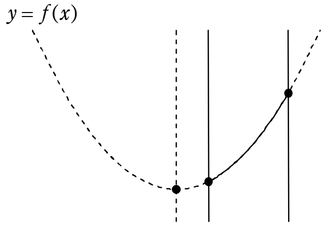



**宿題** 7-2

(1) $f(x) = x^2 + 4x + 3$

$$= (x+2)^2 - 4 + 3$$
$$= (x+2)^2 - 1$$

なので， $y = f(x)$ のグラフは， $y = x^2$ のグラフを平行移動した放物線で，頂点の座標は $(-2, -1)$ .




上図より， $-1 \leqq x \leqq 2$ における $y = f(x)$ の最大値は

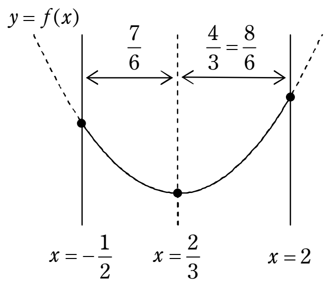
$x = \boxed{2}$ のときの $f(2) = 4 + 8 + 3 = \boxed{15}$

最小値は

$x = \boxed{-1}$ のときの $f(-1) = 1 - 4 + 3 = \boxed{0}$

(2) $$f(x)=3x^2-4x+1$$
$$=3\left(x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}\right)$$
$$=3\left\{\left(x-\frac{2}{3}\right)^2-\frac{4}{9}+\frac{1}{3}\right\}$$
$$=3\left\{\left(x-\frac{2}{3}\right)^2-\frac{1}{9}\right\}$$
$$=3\left(x-\frac{2}{3}\right)^2-\frac{1}{3}$$

なので，$y=f(x)$ のグラフは，$y=3x^2$ のグラフを平行移動した放物線で，頂点の座標は$\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$.



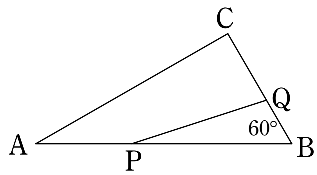

したがって，上図より，$-\frac{1}{2}\leqq x\leqq 2$ における $y=f(x)$ の最大値は

$x=\boxed{2}$ のときの $f(2)=12-8+1=\boxed{5}$

最小値は

$x=\boxed{\frac{2}{3}}$ のときの $f\left(\frac{2}{3}\right)=\boxed{-\frac{1}{3}}$

**宿題** 7-3

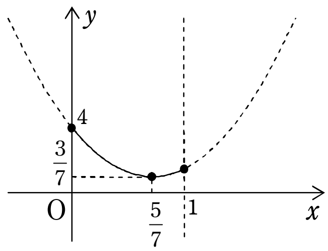



(1) $PB=\boxed{2-2x}$, $BQ=\boxed{x}$

(2) 三角形 PBQ において，余弦定理より，
$$PQ^2=PB^2+BQ^2-2\times PB\times BQ\times\cos 60°$$
$$=(2-2x)^2+x^2-2(2-2x)x\times\frac{1}{2}$$
$$=4-8x+4x^2+x^2-2x+2x^2$$
$$=\boxed{7x^2-10x+4}$$

(3) PQ が最小になるのは，$PQ^2$ が最小になるときであるから，$PQ^2=7x^2-10x+4$ の $0\leqq x\leqq 1$ における最小値を求める.
$$PQ^2=7\left(x^2-\frac{10}{7}x+\frac{4}{7}\right)$$
$$=7\left\{\left(x-\frac{5}{7}\right)^2-\frac{25}{49}+\frac{4}{7}\right\}$$
$$=7\left\{\left(x-\frac{5}{7}\right)^2+\frac{3}{49}\right\}$$
$$=7\left(x-\frac{5}{7}\right)^2+\frac{3}{7}$$

より，$y=PQ^2$ のグラフは下図のようになる.




したがって，$PQ^2$ の最小値は，$x=\frac{5}{7}$ のときの $\frac{3}{7}$ であり，このとき PQ は最小値
$$\sqrt{\frac{3}{7}}=\boxed{\frac{\sqrt{21}}{7}}$$
となる.

**宿題** 7-4

(1) 交点の $x$ 座標は

$$x^2=-2x+5$$

の解であるので，

$$x^2+2x+1=6$$

$$(x+1)^2=6$$

$$x+1=\sqrt{6},-\sqrt{6}$$

$\therefore x=\sqrt{6}-1,-\sqrt{6}-1$

$y$ 座標は，$l$ の式で計算すると，

$x=\sqrt{6}-1$ のとき

$$y=-2(\sqrt{6}-1)+5=-2\sqrt{6}+7$$

$x=-\sqrt{6}-1$ のとき

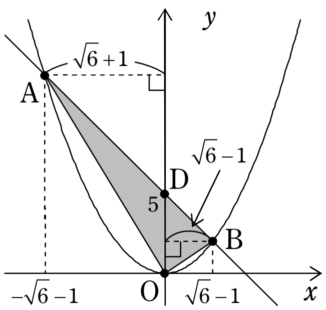
$$y=-2(-\sqrt{6}-1)+5=2\sqrt{6}+7$$

よって，交点 A, B の座標は

A $\boxed{(-\sqrt{6}-1,2\sqrt{6}+7)}$

B $\boxed{(\sqrt{6}-1,-2\sqrt{6}+7)}$

(2) $l$ と $y$ 軸の交点を D とおく.




三角形OABを三角形OADと三角形OBDに分割し，それぞれの面積を，OD を底辺として計算すれば，

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times(\sqrt{6}+1)\times5}_{\triangle\mathrm{OAD}}+\underbrace{\frac{1}{2}\times(\sqrt{6}-1)\times5}_{\triangle\mathrm{OBD}}$$

$$=\frac{1}{2}\times(\underbrace{\sqrt{6}+1+\sqrt{6}-1}_{2\sqrt{6}})\times5$$

$$=\boxed{5\sqrt{6}}$$

**宿題** 7-5

(1) チョコレートの分け方は

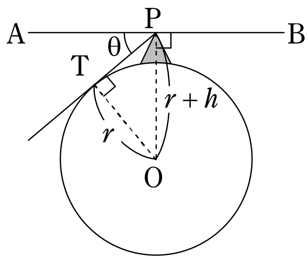
10 個の〇と 3 本の|を並べる並べ方に対応するので（宿題 4-5），

$${}_{13}C_3=\frac{13\times12\times11}{3\times2\times1}=\boxed{286}$$

(2) 10 個のチョコレートを 1 つずつ, A, B, C, D の誰に分けるかを決めていけば，チョコレートの分け方が決まるので，

$$\underbrace{4\times4\times\cdots\times4}_{10}=\boxed{4^{10}}\ (=1048576)$$

**宿題** 7-6
下図のように O, P, T, A, B を取る.




水平方向 AB は鉛直方向 OP と直交しており，また，地平線方向 PT は大円 O に T で接しているので，$\angle \mathrm{PTO} = 90°$ である.
したがって,

$$\begin{aligned}\angle \mathrm{POT} &= 180° - \angle \mathrm{PTO} - \angle \mathrm{OPT} \\ &= 180° - 90° - (90° - \theta) \\ &= \theta\end{aligned}$$

である.

(1) 直角三角形 POT において,

$$\mathrm{TO} = \mathrm{PO} \times \cos \angle \mathrm{POT}$$

であるから,

$$r = (r+h)\cos\theta$$

$$\therefore r = \boxed{\frac{\cos\theta}{1-\cos\theta}h}$$

(2) 三角比の表より，$\cos 1° = 0.9998$ なので,

$$\begin{aligned}r &= \frac{\cos 1°}{1-\cos 1°} \times 1275 \\ &= \frac{0.9998}{1-0.9998} \times 1275 \\ &= 4999 \times 1275 \\ &= 6373725\ [\mathrm{m}] \\ &= 6373.725\ [\mathrm{km}]\end{aligned}$$

であるから，$\boxed{6374\,[\mathrm{km}]}$