

中3数学D 宿題解答 1学期-10

宿題 10-1

(1) x の 2 次方程式 $f(x)=0$ が $1 < x < 4$ の範囲に 2 解（重解の場合も含む）をもつのは、 $y=f(x)$ のグラフが x 軸の $1 < x < 4$ の部分と 2 交点（接する場合も含む）をもつときである。

(i) $f(x)=x^2-4x+a$ のとき.

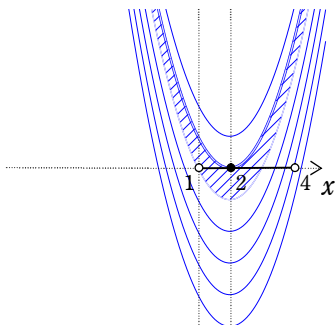
$$f(x)=(x-2)^2+a-4$$

より、 $y=f(x)$ のグラフは下に凸な放物線であり、頂点の座標は $(2, a-4)$.

条件を満たすのは、 $y=f(x)$ のグラフが下図の斜線部に含まれるとき（境界は上側の太線部分のみ含む）であり、

$$\begin{cases} f(1)=a-3 > 0 \\ \text{頂点の } y \text{ 座標 } f(2)=a-4 \leq 0 \end{cases}$$

を満たすときである。



これを解いて、

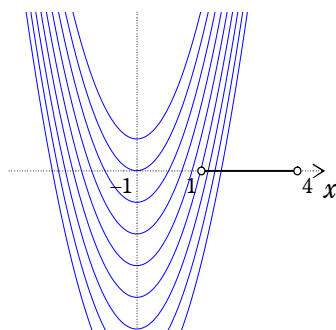
$$\begin{cases} a > 3 \\ a \leq 4 \end{cases} \quad \therefore \boxed{3 < a \leq 4}$$

(ii) $f(x)=x^2+2x+a$ のとき.

$$f(x)=(x+1)^2+a-1$$

より、 $y=f(x)$ のグラフは下に凸な放物線であり、頂点の座標は $(-1, a-1)$.

$y=f(x)$ のグラフが x 軸と共有点をもつとき、そのひとつは必ず $x \leq -1$ の範囲にあるので（下図）、条件を満たすことはない。よって、求める a の範囲は なし .



- (2) x の 2 次方程式 $f(x)=0$ が $1 < x < 4$ の範囲に少なくともひとつ解をもつのは、 $y=f(x)$ のグラフが x 軸の $1 < x < 4$ の部分と少なくともひとつ共有点をもつときである。

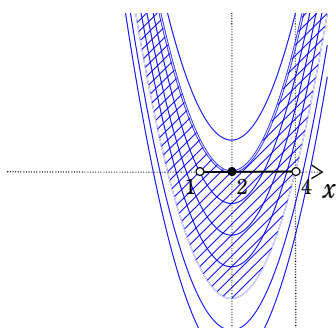
方程式は(1)と同じなので、

- (i) $f(x)=x^2-4x+a$ のとき.

条件を満たすのは、 $y=f(x)$ のグラフが下図の斜線部に含まれるとき（境界は上側の太線部分のみ含む）であり、

$$\begin{cases} f(4)=a>0 \\ \text{頂点の} y \text{ 座標 } f(2)=a-4 \leq 0 \end{cases}$$

を満たすときである。



これを解いて、

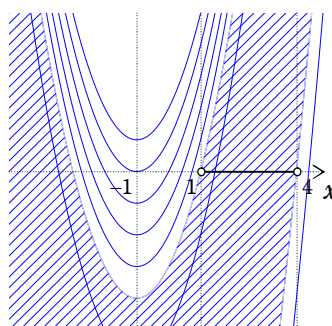
$$\begin{cases} a > 0 \\ a \leq 4 \end{cases} \quad \therefore \boxed{0 < a \leq 4}$$

- (ii) $f(x)=x^2+2x+a$ のとき.

条件を満たすのは、 $y=f(x)$ のグラフが下図の斜線部に含まれるとき（境界を除く）であり、

$$\begin{cases} f(1)=a+3 < 0 \\ f(4)=a+24 > 0 \end{cases}$$

を満たすときである。

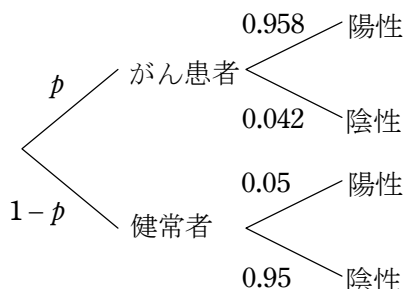


これを解いて、

$$\begin{cases} a < -3 \\ a > -24 \end{cases} \quad \therefore \boxed{-24 < a < -3}$$

宿題 10-2

- (1) この検査を受けた人が、がんにかかっている確率を p とすると、



検査でがんと診断される確率は

$$p \times 0.958 + (1-p) \times 0.05 \\ = 0.908p + 0.05$$

となる．実際は、これが 0.0954 であったので、

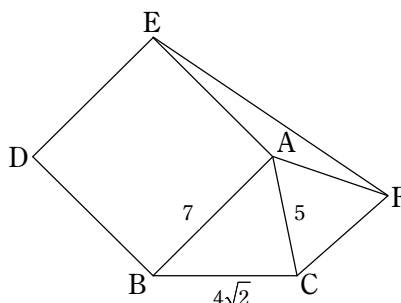
$$0.908p + 0.05 = 0.0954$$

$$\therefore p = \boxed{0.05} \left(= \frac{1}{20} \right)$$

- (2) 求める条件付き確率は、

$$\frac{p \times 0.958}{p \times 0.958 + (1-p) \times 0.05} \\ = \frac{0.05 \times 0.958}{0.0954} \\ = \frac{0.0479}{0.0954} = \boxed{\frac{479}{954}} (= 0.502\dots)$$

宿題 10-3



- (1) 三角形 ABC において、余弦定理より、
 $(4\sqrt{2})^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \times 7 \times 5 \times \cos \angle BAC$

$$\therefore \cos \angle BAC = \frac{42}{2 \times 7 \times 5} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

以下、 $A = \angle BAC$ とする．

- (2) $\angle EAF = 360^\circ - (90^\circ + A + 60^\circ)$
 $= 210^\circ - A$

なので、

$$\begin{aligned} \cos \angle EAF \\ &= \cos(210^\circ - A) \\ &= \cos 210^\circ \cos(-A) - \sin 210^\circ \sin(-A) \\ &= \cos 210^\circ \cos A + \sin 210^\circ \sin A \end{aligned}$$

ここで、(1)より、

$$\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\therefore \sin A = \frac{4}{5} (> 0)$$

したがって、

$$\begin{aligned} \cos \angle EAF &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3}{5} + \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{4}{5} \\ &= \boxed{\frac{-3\sqrt{3}-4}{10}} \end{aligned}$$

- (3) 三角形 AEF において、余弦定理より、

$$EF^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \times 7 \times 5 \times \underbrace{\cos \angle EAF}_{\frac{-3\sqrt{3}-4}{10}}$$

$$= 49 + 25 - 7 \times (-3\sqrt{3} - 4)$$

$$= 74 + 21\sqrt{3} + 28 = 102 + 21\sqrt{3}$$

$$\therefore EF = \boxed{\sqrt{102 + 21\sqrt{3}}}$$

※ 三角形 EAF が三角形 ABC の外側にできること（したがって、 $\angle EAF$ が(2)のように $360^\circ - (90^\circ + A + 60^\circ)$ で計算できること）は、例えば次のようにして分かります.

(1)より,

$$\cos A = \frac{3}{5} < \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos 45^\circ$$

$$\therefore A > 45^\circ$$

なので,

$$\begin{aligned}\angle EAB + A + \angle CAF &> 90^\circ + 45^\circ + 60^\circ \\ &= 195^\circ \\ &> 180^\circ\end{aligned}$$

よって、三角形 EAF は三角形 ABC の外側にある.

