宿題プリント 解答（1 学期－7）

1.(1) $y=x^2+5x+2=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}+2$

$=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{17}{4}$

より、このグラフの頂点の座標は

$\boxed{\left(-\frac{5}{2},-\frac{17}{4}\right)}$

(2) $y=-3x^2+12x-15=-3\{x^2-4x\}-15$

$=-3\{(x-2)^2-4\}-15$

$=-3(x-2)^2+12-15=-3(x-2)^2-3$

より、このグラフの頂点の座標は

$\boxed{(2,-3)}$

2. $y=9x^2+12x-1 \cdots ①\ \left(-\frac{7}{4}\leqq x\leqq\frac{1}{2}\ \cdots ②\right)$

①のグラフを考えると、

$y=9\left\{x^2+\frac{4}{3}x\right\}-1=9\left\{\left(x+\frac{2}{3}\right)^2-\frac{4}{9}\right\}-1$

$=9\left(x+\frac{2}{3}\right)^2-4-1=9\left(x+\frac{2}{3}\right)^2-5$

より、①の頂点 A の座標は

$A\left(-\frac{2}{3},-5\right)$

で、[①の x^2 の係数]>0 より①のグラフは上に開く。（下に凸）

いま、A の x 座標$=-\frac{2}{3}$は②に含まれるので、

$[\text{最小値}]=-5\ \left(x=-\frac{2}{3}\right)$

また、最大値を考えるために、A の x 座標$=-\frac{2}{3}$から②の左端までの距離 L、②の右端までの距離 R の大小を考えると、

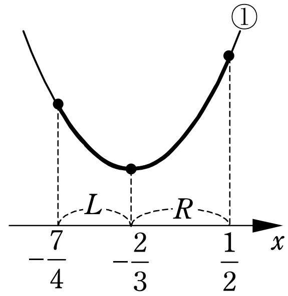
$$\begin{cases} L=-\frac{2}{3}-\left(-\frac{7}{4}\right)=\frac{13}{12} \\ R=\frac{1}{2}-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{7}{6}=\frac{14}{12} \end{cases}$$

より、$L<R$ と分かる。

よって、右図より

①を最大にする x は

$x=\frac{1}{2}$ で、



$[\text{最大値}]=\frac{29}{4}$

以上をまとめて、

$$\boxed{\begin{cases} x=-\frac{2}{3}\ \text{のとき}[\text{最小値}]=-5 \\ x=\frac{1}{2}\ \text{のとき}[\text{最大値}]=\frac{29}{4} \end{cases}}$$

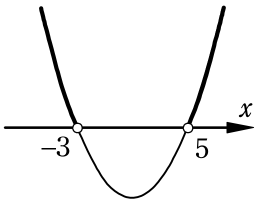
3. (1)　$x^2-2x-15>0$

$y=x^2-2x-15$ のグラフは、

$\begin{cases} \cdot\ [x^2\text{の係数}]=1>0 \text{ より上に開く} \\ \cdot\ x\text{ 切片は、} x^2-2x-15=0 \text{ を解き} \\ \quad (x+3)(x-5)=0 \quad \therefore x=-3,5 \end{cases}$

より、右図のようになる。よって、この2次不等式の解は

$\boxed{x<-3, x>5}$



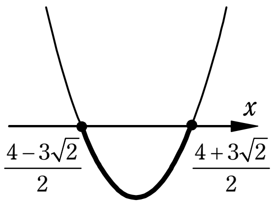
(2)　$2x^2-8x-1 \leqq 0$

$y=2x^2-8x-1$ のグラフは、

$\begin{cases} \cdot\ [x^2\text{の係数}]=2>0 \text{ より上に開く} \\ \cdot\ x\text{ 切片は、} 2x^2-8x-1=0 \text{ を解き} \\ \quad x=\dfrac{4\pm3\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

より、右図のようになる。よって、この2次不等式の解は

$\boxed{\dfrac{4-3\sqrt{2}}{2} \leqq x \leqq \dfrac{4+3\sqrt{2}}{2}}$



(3)　$3x^2-5x+4>0$

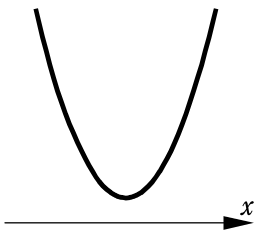
$y=3x^2-5x+4$ のグラフは、

$\begin{cases} \cdot\ [x^2\text{の係数}]=3>0 \text{ より上に開く} \\ \cdot\ x\text{ 切片は、} 3x^2-5x+4=0 \text{ を解き} \\ \quad x=\dfrac{5\pm\sqrt{-23}}{6} \text{ となるので、ない。} \end{cases}$

より、右図のようになる。

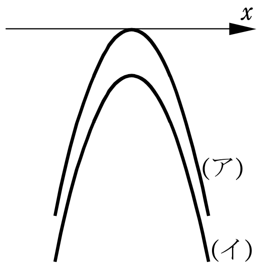
よって、この2次不等式の解は、

$\boxed{\text{全実数}}$



4.　$ax^2-(a+3)x+4a-9>0 \cdots$① $(a \neq 0)$

①の左辺を $f(x)$ とおくと、①を満たす実数 x が存在しない条件は、$y=f(x)$ のグラフが右図の(ア)(イ)のいずれかとなることである。



これを式で表すと次のようになる。

$\begin{cases} [f(x)\text{の} x^2 \text{の係数} a]<0 \quad \cdots② \\ [f(x)=0 \text{の判別式} D] \leqq 0 \cdots③ \end{cases}$

である。

ここで、

$$\begin{aligned} D&=\{-(a+3)\}^2-4a(4a-9) \\ &=a^2+6a+9-16a^2+36a \\ &=-15a^2+42a+9=-3(5a^2-14a-3) \\ &=-3(5a+1)(a-3) \end{aligned}$$

なので、③は

$-3(5a+1)(a-3) \leqq 0 \qquad \therefore a \leqq -\dfrac{1}{5}, a \geqq 3$

となる。

よって、②も考えて、$\boxed{a \leqq -\dfrac{1}{5}}$