

宿題プリント 解答 (1 学期-8)

$$1. (1) y = x^2 - 3x - 4 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - 4$$

$$= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$$

より、このグラフの頂点の座標は

$$\left(\frac{3}{2}, -\frac{25}{4}\right)$$

$$(2) y = -2x^2 - 16x - 3 = -2\{x^2 + 8x\} - 3$$

$$= -2\{(x+4)^2 - 16\} - 3$$

$$= -2(x+4)^2 + 32 - 3 = -2(x+4)^2 + 29$$

より、このグラフの頂点の座標は

$$(-4, 29)$$

$$(3) x^2 + 11x - 80 > 0$$

$y = x^2 + 11x - 80$ のグラフは、

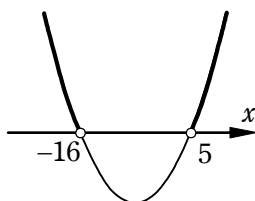
$$\begin{cases} \cdot [x^2 \text{ の係数}] = 1 > 0 \text{ より上に開く。} \\ \cdot x \text{ 切片は、} x^2 + 11x - 80 = 0 \text{ を解き} \\ (x+16)(x-5) = 0 \quad \therefore x = -16, 5 \end{cases}$$

より、右図のように

なる。よって、この

2 次不等式の解は

$$x < -16, x > 5$$



$$(4) 3x^2 - 2x - 4 \leq 0$$

$y = 3x^2 - 2x - 4$ のグラフは、

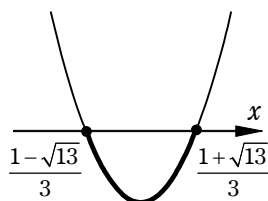
$$\begin{cases} \cdot [x^2 \text{ の係数}] = 3 > 0 \text{ より上に開く。} \\ \cdot x \text{ 切片は、} 3x^2 - 2x - 4 = 0 \text{ を解き} \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{3} \end{cases}$$

より、右図のように

なる。よって、この

2 次不等式の解は

$$\frac{1-\sqrt{13}}{3} \leq x \leq \frac{1+\sqrt{13}}{3}$$



$$(5) 2x^2 - 6x + 5 > 0$$

$y = 2x^2 - 6x + 5$ のグラフは、

$$\begin{cases} \cdot [x^2 \text{ の係数}] = 2 > 0 \text{ より上に開く。} \\ \cdot x \text{ 切片は、} 2x^2 - 6x + 5 = 0 \text{ を解くと} \\ x = \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{4} \text{ となるので、ない。} \end{cases}$$

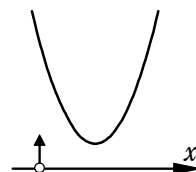
より、右図のように

なる。

よって、この 2 次不等式

の解は、

全実数



2. (1) 頂点が $(-3, 2)$ なので、2 次関数の式は

$$y = a(x+3)^2 + 2 \cdots \textcircled{1}$$

とおける。

また、①は $(1, -4)$ を通るので、代入して

$$-4 = a(1+3)^2 + 2$$

$$-4 = 16a + 2 \quad \therefore a = -\frac{3}{8} \cdots \textcircled{2}$$

よって、②を①に代入して、

$$y = -\frac{3}{8}(x+3)^2 + 2$$

(2) x 切片が 2 と -5 なので、2 次関数の式は

$$y = a(x-2)(x+5) \cdots \textcircled{1}$$

とおける。

また、①は $(-1, 8)$ を通るので、代入して

$$8 = a(-1-2)(-1+5)$$

$$8 = -12a \quad \therefore a = -\frac{2}{3} \cdots \textcircled{2}$$

よって、②を①に代入して、

$$y = -\frac{2}{3}(x-2)(x+5)$$

3. $ax^2 - (a+2)x + 2a - 2 \leq 0 \cdots \textcircled{1} (a \neq 0)$

①の左辺を $f(x)$ とおくと、①の解が全実数となるための条件は、

$y = f(x)$ のグラフ

が右図の(ア)(イ)の

いずれかとなる

ことである。これを

式で表すと次のようになる。

$$\begin{cases} [f(x) \text{ の } x^2 \text{ の係数 } a] < 0 \cdots \textcircled{2} \\ [f(x) = 0 \text{ の判別式 } D] \leq 0 \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

である。

ここで、

$$\begin{aligned} D &= \{-(a+2)\}^2 - 4a(2a-2) \\ &= a^2 + 4a + 4 - 8a^2 + 8a \\ &= -7a^2 + 12a + 4 \\ &= -(7a^2 - 12a - 4) \\ &= -(a-2)(7a+2) \end{aligned}$$

なので、③は

$$-(a-2)(7a+2) \leq 0$$

$$\therefore a \leq -\frac{2}{7}, a \geq 2$$

となる。

よって、②も考えて、

$$\boxed{a \leq -\frac{2}{7}}$$

4.

(1) $y = x^2 - x + 2 \quad (-2 \leq x \leq 2)$

$$\begin{aligned} y &= x^2 - x + 2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \end{aligned}$$

より、グラフは頂点が $\left(\frac{1}{2}, \frac{7}{4}\right)$ である下に凸な

放物線。

頂点は $-2 \leq x \leq 2$ の範囲に含まれていて、対

称軸 $x = \frac{1}{2}$ から両端までの距離を比べると、

$x = -2$ の方が遠い。よって、 y は $x = -2$ で最大となる。

求める値域は、 $\boxed{\frac{7}{4} \leq y \leq 8}$

(2) $x \geq 1$ という範囲は、頂点の右側にある。

求める値域は、 $\boxed{y \geq 2}$

(3)

$$\begin{aligned}
 y &= -3x^2 + 2x - 1 \\
 &= -3\left(x^2 - \frac{2}{3}x\right) - 1 \\
 &= -3\left\{\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right\} - 1 \\
 &= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} - 1 \\
 &= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

より、グラフは頂点が $\left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ である上に

凸な放物線。

頂点は $-1 \leq x \leq 2$ の範囲に含まれていて、対

称軸 $x = \frac{1}{3}$ から両端までの距離を比べると、

$x = 2$ の方が遠い。よって、 y は $x = 2$ で最小となる。

求める値域は、 $\boxed{-9 \leq y \leq -\frac{2}{3}}$

(4) 頂点は $1 \leq x \leq 3$ の範囲に含まれておらず、 y はこの範囲で減少する。

$$x = 1 \text{ のとき、 } y = -3 + 2 - 1 = -2$$

$$x = 3 \text{ のとき、 } y = -27 + 6 - 1 = -22$$

より、求める値域は、

$$\boxed{-22 \leq y \leq -2}$$