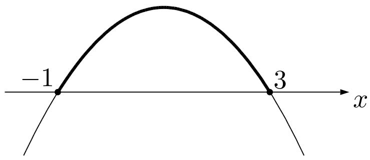
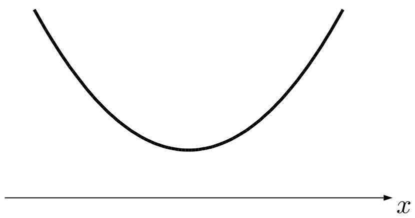
ー 中3X　宿題プリント (1学期-9)　解答 ー

宿題 9-1

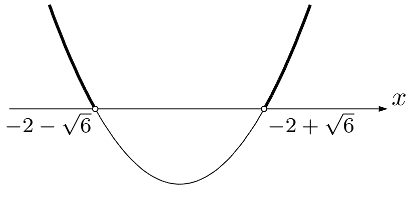
(1) $y=-x^2+2x+3=-(x^2-2x-3)=-(x+1)(x-3)$
のグラフは下図のようである。
このグラフの $y \geqq 0$ の部分に注目して、
不等式 $-x^2+2x+3 \geqq 0$ の解は
$\boxed{-1 \leqq x \leqq 3}$



(2) $y=x^2-3x+3=\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2-\left(\dfrac{3}{2}\right)^2+3$
$=\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}$
のグラフは下図のよう。
このグラフの $y \leqq 0$ の部分は存在しないので、
不等式 $x^2-3x+3 \leqq 0$ は、$\boxed{\text{解なし}}$。

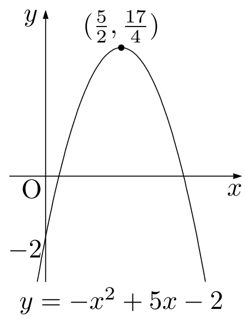


(3) $y=x^2+4x-2$ のグラフの x 切片は
$x^2+4x-2=0$
$(x+2)^2-2^2-2=0$
$(x+2)^2=6$
$x+2=\pm\sqrt{6}$
$x=-2\pm\sqrt{6}$ である。
したがって、$y=x^2+4x-2$ のグラフの概形は下図のよう。
このグラフの $y>0$ の部分に注目して、
不等式 $x^2+4x-2\ >0$ の解は
$\boxed{x<-2-\sqrt{6},\ x>-2+\sqrt{6}}$



宿題 9-2

(1) $y=-x^2+5x-2=-(x^2-5x)-2$
$=-\left\{\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2-\left(\dfrac{5}{2}\right)^2\right\}-2$
$=-\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{25}{4}-2$
$=-\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{17}{4}$
と変形できるので、このグラフは、頂点が $\left(\dfrac{5}{2},\dfrac{17}{4}\right)$ である、上に凸な放物線。



(2) $1 \leqq x \leqq a$ の範囲よりも右側に頂点がある場合、
y は $x=a$ で最大となる。
$1 \leqq x \leqq a$ の範囲内に頂点がある場合、
y は頂点のところ $(x=\frac{5}{2})$ で最大となる。
したがって、

$$\boxed{\begin{array}{l} 1 \leqq a \leqq \dfrac{5}{2} \text{ の場合、最大値は } -a^2+5a-2\ (x=a) \\ a \geqq \dfrac{5}{2} \text{ の場合、最大値は } \dfrac{17}{4}\ \left(x=\dfrac{5}{2}\right) \end{array}}$$

(3) $x=1$ のときと $x=t$ のときの y の値が等しいとすると、$(t \neq 1)$
グラフが直線 $x=\dfrac{5}{2}$ について線対称だから、$x=1$ と $x=t$ の真ん中が $x=\dfrac{5}{2}$ である。
$\dfrac{1+t}{2}=\dfrac{5}{2}$ より、$t=\boxed{4}$

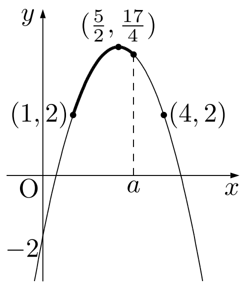
(4) $1 \leqq x \leqq a$ の範囲よりも右側に $x=4$ がある場合、
y は $x=1$ で最小となる。

$1 \leqq x \leqq a$ の範囲内に $x=4$ がある場合、
y は $x=a$ で最小となる。

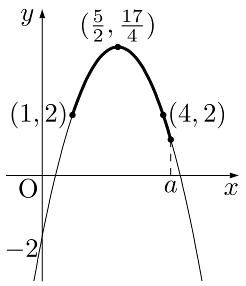
したがって、

$\boxed{\begin{array}{l} 1 \leqq a \leqq 4 \text{ の場合、最小値は } 2\ (x=1) \\ a \geqq 4 \text{ の場合、最小値は } -a^2+5a-2\ (x=a) \end{array}}$

補足：$a=4$ のときは、$x=1$ と $x=4$ の両方で最小値 2 をとる。



$y=-x^2+5x-2$



$y=-x^2+5x-2$

宿題 9-3

(1) $y=x^2-ax+1=\left(x-\dfrac{a}{2}\right)^2-\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+1$ より

頂点の座標は $\boxed{\mathrm{A}\left(\dfrac{a}{2}, -\dfrac{a^2}{4}+1\right)}$

(2) 頂点 A が、$-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲にあるのは、
$-1 \leqq \dfrac{a}{2} \leqq 2$
$\boxed{-2 \leqq a \leqq 4}$ のとき。

(3) 頂点 A が、$-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲よりも左側にあるのは、
$\dfrac{a}{2} < -1$ すなわち $a < -2$ のとき。
このとき、x の範囲の左端 $x=-1$ で y は最小となる。

頂点 A が、$-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲にあるのは、
$-2 \leqq a \leqq 4$ のときで、このとき、頂点のところ $(x=\frac{a}{2})$ で y は最小となる。

頂点 A が、$-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲よりも右側にあるのは、
$\dfrac{a}{2} > 2$ すなわち $a > 4$ のとき。
このとき、x の範囲の右端 $x=2$ で y は最小となる。

以上をまとめると

$\boxed{\begin{array}{l} a < -2 \text{ の場合、最小値は } a+2\ (x=-1) \\ -2 \leqq a \leqq 4 \text{ の場合、最小値は } -\dfrac{a^2}{4}+1\ \left(x=\dfrac{a}{2}\right) \\ a > 4 \text{ の場合、最小値は } -2a+5\ (x=2) \end{array}}$

補足： $a < -2$ の代わりに $a \leqq -2$、$a > 4$ の代わりに $a \geqq 4$ としてもよい。